

## INDICE

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. ÁREA DE ESTUDO E GEOLOGIA.....	2
2.1 FORMAÇÃO CORPO QUATRO.....	4
3. ORIGEM DOS DADOS.....	5
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	6
4.1 INTRODUÇÃO.....	6
4.1 KRIGEAGEM.....	7
4.1.1 <i>Krigeagem Ordinária</i> .....	7
4.1.2 <i>Krigeagem por Indicação</i> .....	10
5. METODOLOGIA E RESULTADOS .....	14
5.1 APLICAÇÃO DA KRIGEAGEM ORDINÁRIA .....	14
5.1.1 <i>Análise Exploratória</i> .....	15
5.1.2 <i>Geração de Semivariograma</i> .....	17
5.1.3 <i>Ajuste de Semivariograma</i> .....	20
5.1.4 <i>Validação do Modelo</i> .....	20
5.1.5 <i>Krigeagem</i> .....	25
5.2 APLICAÇÃO DA KRIGEAGEM POR INDICAÇÃO.....	28
7. DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	36
8. CONCLUSÃO .....	37
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	38

## 1. INTRODUÇÃO

Dentre uma variedade de aplicações do Sistema de Informações Geográficas (SIG), o mapeamento de áreas com potencial mineral é uma aplicação desta ferramenta, tanto na estimativa de recursos minerais quanto na exploração mineral, que utiliza dados espaciais de naturezas variadas. Comumente, a seleção, evolução e combinação de evidências para depósito mineral são feitas com a ajuda de uma mesa de luz onde vários mapas são superpostos fisicamente para determinar a relação de recobrimento entre as anomalias. Os SIG vêm, nos últimos tempos, contribuindo significativamente para a melhoria deste processo e expandiu as técnicas computacionais para o processamento, análise e manipulação de planos de informações (*layers*) individuais, oferecendo, desta forma, ferramentas para o modelamento e análise de relações entre dados especializados, que auxiliam na tomada de decisões para a definição de regiões geológicas de interesse econômico (Bonham-Carter, 1994).

Desta forma, modelos matemáticos, aritméticos e lógicos, buscando representar propriedades e processos do meio físico natural, têm sido implementados nos SIG, com o objetivo de facilitar o seu estudo e compreensão para que se possa atuar sobre o meio ambiente de forma responsável e cooperativa (Felgueiras, 1999). Contudo, as propriedades naturais da superfície terrestre são espacialmente contínuas, sendo restritivo descrevê-las através de simples funções matemáticas. Modelos inferenciais para este objetivo vêm sendo propostos. A Geoestatística é um desses modelos e sua base conceitual está fundamentada na teoria das variáveis regionalizadas, formalizada por Matheron (1971).

A Geoestatística é reconhecida como sendo uma ferramenta particularmente efetiva a em todas as fases de estudos de áreas de potencial mineral. Modelos geoestatísticos provêm soluções para questões como: determinação do grau de expansão do depósito mineral, determinação de áreas de extração, otimização do padrão de amostragem, entre outras. Dentre os procedimentos geoestatísticos, a Krigagem se destaca como a ferramenta que possibilita a inferência de valores, a partir de amostras pontuais de um atributo espacial. Estas inferências são usadas, geralmente, para finalidades de mapeamento digital de atributos espaciais.

Neste contexto, este trabalho se propõe explorar, comparar e avaliar os procedimentos geoestatísticos de *Krigeagem Ordinária* e *Krigeagem por Indicação*, disponíveis no *software* Spring 3.4, para a interpolação de dados geoquímicos de solos do depósito de Cu e Zn do Pojuca, situado na Província Mineral de Carajás (PA).

## **2. ÁREA DE ESTUDO E GEOLOGIA**

A jazida de Cu e Zn do Pojuca está situada na Província Mineral de Carajás, parte oriental da Região Amazônica, sudoeste do Estado do Pará (Figura 1), e é denominada de Alvo 2 – Corpo 4 pela Rio Doce Geologia e Mineração S.A. (DOCEGEO). Além da importância econômica, esta área foi escolhida devido à disponibilidade de dados geológicos (DOCEGEO, 1984) (Figura 2) e geoquímicos de solo (Moura, 1985).

A avaliação das reservas de minério desta área revelou a existência de 58 milhões de toneladas de minério, com teor médio de 0,87% de cobre, correspondendo, no Corpo 4, a 48 milhões de toneladas com 0,90% de zinco. Também há quantidades expressivas de ouro, prata e cádmio. As jazidas de cobre e zinco no Pojuca estão situadas à cerca de 30 km do terminal da Estrada de Ferro Carajás, o que certamente estimulará o seu aproveitamento econômico. Há possibilidade de produção de 15 mil toneladas por ano de metal contido (cobre e zinco), por meio de lavra subterrânea, com o aproveitamento dos concentrados pelas metalúrgicas nacionais (Santos, 1986).

Geologicamente, os depósitos de cobre e zinco da área Pojuca ocorrem num pacote metavulcanossedimentar denominado Grupo Igarapé Pojuca (DOCEGEO, 1988), limitado a norte por rochas do Complexo Xingu e a sul por metassedimentos psamopelíticos de baixo grau metamórfico. O conjunto é cortado por granitos com cerca de 1.8 b.a., correlacionáveis ao Granito Serra do Carajás (Saueressig, 1988).

DOCEGEO (1988) caracterizou o Complexo Xingu como constituído por rochas gnáissicas, às vezes migmatizadas, de composições tonalíticas, trondhjemíticas e/ou granodioríticas, tidas como retrabalhamento metamórfico sobre terrenos graníticos arqueanos. Caracterizou ainda o Grupo Igarapé Pojuca como constituído por sedimentos de composição variada, formações ferríferas, anfíbolitos, rochas vulcânicas básicas intermediárias e rochas gnáissicas. Adicionalmente a empresa, define no Grupo Igarapé Pojuca a Formação Corpo Quatro (Figura 2).

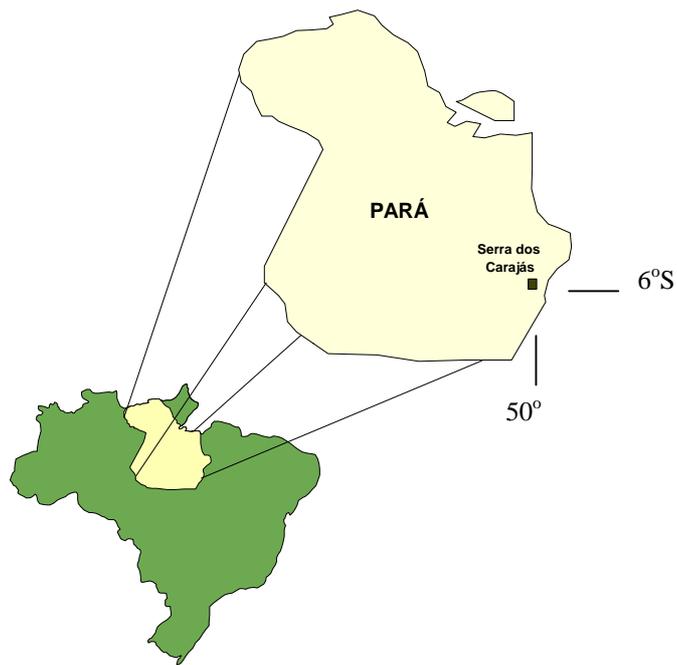


Fig. 1 – Mapa de localização da área de estudo.

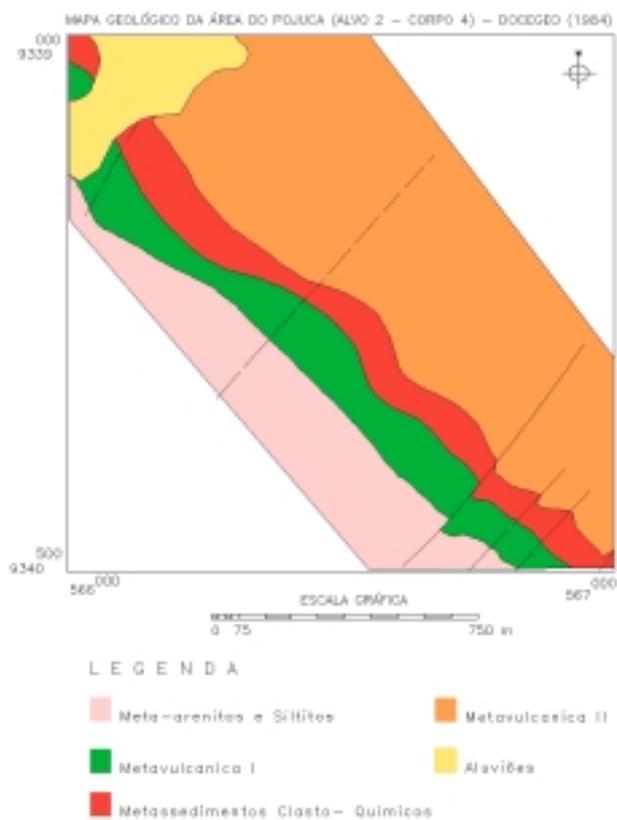


Fig. 2 – Mapa geológico da área do Pojuca (Alvo 2 – Corpo 4), elaborado por

## 2.1 Formação Corpo Quatro

A Formação Corpo Quatro é uma unidade composta por sedimentos clasto-químicos, com espessura média de 100m. Esta Formação hospeda mineralizações de Cu ou Cu (Zn) e a área do depósito está encaixada em rochas vulcânicas básico-intermediárias e compreende dois grupos litológicos principais: rochas com fragmentos e rochas bandadas.

As rochas com fragmentos constituem o horizonte guia das mineralizações, ocorrendo a elas sobrepostas ou intercaladas. A principal característica desta unidade é a presença de massas de quartzo milimétricas a centimétricas, imersos numa matriz que pode apresentar disseminações de calcopirita, pirrotita e esfalerita. A similaridade destas rochas com as rochas bandadas subjacentes, leva a crer que estas tenham sido originadas por retrabalhamento desta unidade (Medeiros, 1986).

As rochas bandadas são formadas predominantemente por sedimentos químicos, onde se alternam bandas milimétricas a centimétricas de anfibólio, quartzo, sulfetos de Fé, Cu e Zn, e magnetita. Intercalados, ocorrem níveis pelíticos ou pelito-químicos com proporções variáveis de anfibólios, almandina, biotita, quartzo, magnetita, que também podem apresentar mineralizações sulfetada. Níveis de chert e formação ferrífera bandada podem ocorrer, normalmente próximo à base desta unidade.

As rochas metavulcânicas são basáltico-andesíticas freqüentemente exibindo assembléias de alteração hidrotermal. As vulcânicas sobrepostas à Formação Corpo Quatro são denominadas Metavulcânica I, apresentando granulação mais fina e aspecto geralmente isotrópico; as rochas vulcânicas sotopostas são denominadas Metavulcânicas II e, além da granulação maior, apresentam foliação melhor desenvolvida e intercalações de biotita anfibólitos.

A mineralização de Cu e Zn do Corpo Quatro está hospedada nas rochas bandadas sob a forma de disseminação, bandas milimétricas a centimétricas, raramente constituindo níveis decimétricos de sulfetos maciços e em fraturas. Os minerais de minério predominante são pirrotita, calcopirita e esfalerita; pirita, magnetita e ilmenita ocorrem eventualmente. Associados aos níveis sulfetados ocorrem eventualmente ouro (normalmente com teor inferior a 0,5 g/ton), prata (até 20 g/ton) e molibdênio (até 200

ppm). Níveis mineralizados de esfalerita contêm cádmio em valores de até 250 ppm. Podem ocorrer mineralizações a Cu, em nível de minério, tanto nas rochas com fragmentos como em rochas metavulcanossedimentares e rochas vulcânicas (Saueressig, 1988).

### **3. ORIGEM DOS DADOS**

Os dados geoquímicos utilizados neste trabalho foram obtidos através do levantamento realizado por Moura (1985) que executou trabalhos de amostragem para 171 elementos amostrais de solo numa área de aproximadamente 2 km<sup>2</sup> no Alvo 2 - Corpo 4. O autor estabeleceu estações de coleta dispostas quadraticamente distantes 100m entre si, ao longo de 19 perfis transversais à linha de base de direção N36W. O material foi coletado a 40 cm de profundidade com o auxílio de uma escavadeira manual. Na tentativa de obter-se uma representatividade significativa do material amostrado, foi coletado cerca de 1kg de solo por amostra.

Os elementos amostrais do solo foram secos em estufa a 95°C, desagregados e peneirados. A fração menor que 2 mm sofreu quarteamento, trituração até à fração menor que 0,063 mm e posterior homogeneização. O material homogeneizado sofreu abertura a quente com uma mistura de HF e HClO<sub>4</sub> na proporção 2:1 e posterior adição de HCl.

As soluções obtidas foram analisadas para 10 elementos químicos dos quais adotou-se apenas 2 para este trabalho, Cu e Zn, considerando que a mineralização ocorrente no local é predominantemente destes elementos.

Moura (1985), usando a técnica estatística multivariante de análise de agrupamento, que utiliza a similaridade entre indivíduos para classificá-los hierarquicamente em grupos, mais ou menos homogêneos, classificou os elementos amostrais de solo em grupos geoquimicamente homogêneos com base nas similaridades de suas composições químicas, bem como na distribuição destes no mapa geológico. Dessa forma, os elementos amostrais do solo do Alvo 2 - Corpo 4 foram classificados em oito grupos distintos, relacionados da seguinte forma com as unidades rochosas subjacentes:

- Grupos 1, 5 e 7 : Solo desenvolvido sobre os anfibólio xistos.
- Grupo 2 : Solo desenvolvido sobre os metassedimentos.
- Grupos 3 e 8 : Solo desenvolvido sobre as rochas básicas.
- Grupo 4 : Solo desenvolvido próximo ao contato das rochas básicas com anfibólio xistos.
- Grupo 6 : Solo desenvolvido sobre aluviões.

## **4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **4.1 Introdução**

Amostras de dados espaciais, medelados como campos, podem ser espacializadas utilizando-se algoritmos de inferência ou interpolação. O procedimento de espacialização consiste em inferir valores do atributo, em posições não amostradas, a partir dos valores observados. Desta forma, pode-se obter o valor do atributo em qualquer posição do espaço, ainda que a representação por campo seja discreta (Felgueiras, 1999).

Os algoritmos para inferência de atributos de dados espaciais, representados por amostras pontuais, podem ser classificados em dois (2) tipos básicos: interpoladores determinísticos e interpoladores estocásticos.

Os algoritmos de interpolação determinísticos mais utilizados na prática são os de média móvel ponderada (Burrough, 1987, Felgueiras, 1987, McCullagh, 1988). Estes interpoladores são denominados locais pois utilizam um subconjunto das amostras na vizinhança de cada ponto a ser interpolado. Variações deste algoritmo também são usadas, tais como: interpolação por vizinho mais próximo, interpolação por média simples, interpolação por quadrantes, interpolação por cotas.

Os interpoladores estocásticos utilizam as ferramentas de geoestatística para inferências de valores de atributos com estimativas de incertezas. A geoestatística envolve análise e inferência de fenômenos espacial e/ou temporal, tal como concentração de poluentes, variação de teor de um elemento químico no solo, preço do petróleo no tempo, etc. É uma classe de técnicas usadas para analisar e inferir valores de uma variável distribuída

no espaço e/ou no tempo. Os procedimentos inferenciais da geoestatística são conhecidos como métodos de *krigeagem*.

#### 4.1 Krigeagem

O termo *krigeagem* é derivado do nome Daniel G. Krige, que foi o pioneiro a introduzir o uso de médias móveis para evitar a superestimação sistemática de reservas de mineração (Delfiner e Delhomme, 1975).

Inicialmente, o método de *krigeagem* foi desenvolvido para solucionar problemas de mapeamento geológicos, mas seu uso expandiu-se com sucesso no mapeamento de solos (Burgess e Webster, 1980a,b), mapeamento hidrológico (Kitanidis e Vomvoris, 1983), mapeamento atmosférico (Lajaunie, 1984) e outros campos correlatos.

A *krigeagem* baseia-se na análise e na modelagem da variabilidade espacial do atributo a partir de um conjunto amostral pontual desse atributo. Supõe, ainda, a hipótese de estacionariedade de segunda ordem para a propriedade que está sendo modelada, ou seja, a média é constante em todas as posições do campo e a covariância só depende da distância entre as amostras.

A *krigeagem* engloba um conjunto de métodos de estimação, contudo, este trabalho limita-se somente à apresentação de dois tipos, a *krigeagem ordinária* e *krigeagem por indicação*, os quais serão descritos nos itens seguintes.

##### 4.1.1 *Krigeagem Ordinária*

A *krigeagem ordinária* é um estimador de *krigeagem* linear, ou seja, estima um valor em posição espacial não observada, segundo uma combinação linear dos valores de um subconjunto amostral local. A *krigeagem ordinária*, diferentemente da *krigeagem simples*<sup>1</sup>, possibilita a inferência do atributo, numa posição  $u$ , sem a necessidade de se conhecer a média estacionária  $\mu$ . Sob a condição de que a somatória dos ponderadores da *krigeagem ordinária*  $\lambda_{0\alpha}(u)$  é igual a 1, ou seja:

$$\sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u) = 1 \quad (1)$$

---

1

Assim, têm-se a seguinte formulação para o estimador de krigeagem ordinária (Journal, 1988 in Felgueiras, 1999):

$$z_0^*(u) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u) \cdot z(u_\alpha) \quad (2)$$

Journal (1988) mostra que a aplicação dos critérios de mínima variância do erro de estimação e de não tendenciosidade do estimador possibilita o cálculo dos pesos,  $\lambda_{0\alpha}(u)$ , pela solução do seguinte sistema de equações de krigeagem ordinária:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u) C(u_\alpha, u_\beta) + \phi(u) = C(u, u_\beta) \text{ para } \beta = 1, \dots, n(u) \\ \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u) = 1 \end{cases} \quad (3)$$

onde:  $C(u_\alpha, u_\beta)$  é a covariância entre as amostras observadas em  $u_\alpha$  e  $u_\beta$ ;  $C(u, u_\beta)$  é a covariância entre a amostra observada em  $u_\beta$  e a posição  $u$  e;  $\phi(u)$  é o multiplicador de Lagrange, necessário para a minimização da variância do erro e associado com a restrição  $\sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u) = 1$ .

Em notação matricial, o sistema de krigeagem ordinária da equação 3 pode ser expresso como:  $\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{k} \Rightarrow \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{k}$ , com:

$$\mathbf{K} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \dots & C_{1n} & 1 \\ C_{21} & C_{22} \dots & C_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & 1 \dots & 1 & 0 \end{vmatrix}; \boldsymbol{\lambda} = \begin{vmatrix} \lambda_{01} \\ \lambda_{02} \\ \vdots \\ \lambda_{0n} \\ \phi \end{vmatrix} \text{ e } \mathbf{k} = \begin{vmatrix} C_{1u} \\ C_{2u} \\ \vdots \\ C_{nu} \\ 1 \end{vmatrix} \quad (4)$$

onde:  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{k}$  são matrizes das covariâncias;  $C_{\alpha\beta}$ , com  $\alpha$  e  $\beta = 1, \dots, n(\mathbf{u})$ , é a covariância entre as posições das amostras  $\alpha$  e  $\beta$ ;  $C_{\alpha u}$ , com  $\alpha = 1, \dots, n(\mathbf{u})$ , é a covariância medida entre a posição da amostra  $\alpha$  e a posição  $\mathbf{u}$ , na qual se quer inferir um valor para o atributo e;  $\boldsymbol{\lambda}$  é o vetor dos pesos.

Pode-se, ainda, expressar, na forma matricial, a variância do erro de estimação por krigagem ordinária por (Journel, 1988):

$$\sigma_0^2 = C(0) - (\lambda)^T k \quad (5)$$

As covariâncias  $C(\mathbf{u}_\beta, \mathbf{u}_\alpha)$  e  $C(\mathbf{u}, \mathbf{u}_\alpha)$ , apresentadas em 4, são calculadas a partir do modelo de *variograma teórico*,  $2\gamma(\mathbf{h})$ , ajustado sobre o *variograma experimental* que é determinado, a partir do conjunto amostral, por:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)_{(\alpha,\beta)/h_{\alpha\beta}=h}} \sum (z(u_\alpha) - z(u_\beta))^2 \quad (6)$$

onde  $N(\mathbf{h})$  é o número de pares de amostras separadas, aproximadamente, pelo vetor  $\mathbf{h}$ . A Figura 3 mostra um variograma experimental com ajuste por um modelo de variografia teórico.

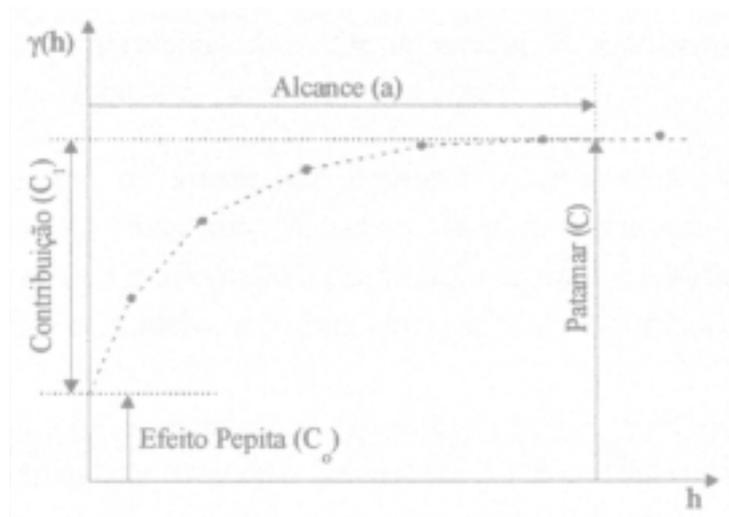


Fig.3: Exemplo de semivariografia experimental.

Os parâmetros do semivariograma podem ser observados diretamente da Figura 3, são eles:

- *Alcance (a)*: distância dentro da qual as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente.

- *Patamar (C)*: é o valor do semivariograma correspondente a seu *alcance (a)*. Deste ponto em diante, considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras, porque a variância da diferença entre pares de amostras torna-se invariante com a distância.
- *Efeito Pepita (C<sub>0</sub>)*: por definição,  $g(\mathbf{0})=0$ , entretanto, na prática, à medida que  $\mathbf{h}$  tende para 0 (zero),  $g(\mathbf{h})$  se aproxima de um valor positivo chamado *Efeito Pepita (C<sub>0</sub>)*. O valor de  $C_0$  revela a descontinuidade do semivariograma para distâncias menores do que a menor distância entre as amostras.
- *Contribuição (C<sub>1</sub>)*: é a diferença entre o patamar (C) e o Efeito Pepita (C<sub>0</sub>).

Os modelos teóricos mais utilizados são os modelos esférico, exponencial, gaussiano e potência. Os valores de efeito pepita, de patamar e de alcance, obtidos na variografia do dado, são utilizados na definição dos parâmetros do modelo teórico escolhido para o ajuste. Caso o comportamento do atributo seja anisotrópico, o ajuste deve ser realizado com modelos teóricos compostos baseados nas direções de máxima e mínima continuidade.

#### **4.1.2 Krigagem por Indicação**

A krigagem por indicação é um estimador de krigagem não linear. Ou seja, diferentemente da krigagem ordinária (linear), este estimador é aplicado sobre um conjunto amostral cujos valores do atributo foram modificados segundo uma transformação não linear, por exemplo, uma transformação gaussiana, lognormal ou outra (Deutsch e Journel, 1998 in Felgueiras, 1999). O procedimento de krigagem por indicação requer uma transformação não linear, chamada de *codificação por indicação*, que transforma cada valor do conjunto amostral  $Z(\mathbf{u}_\alpha)$  em valores por indicação. Esta técnica tem como principal vantagem ser não paramétrica, ou seja, nenhum tipo de distribuição para a variável aleatória (VA) é considerada a priori. Ela possibilita a estimativa da função de distribuição da VA que, por sua vez, permite a determinação de incertezas e a inferência de valores do atributo, em localizações espaciais não amostradas. Além disso, diferentemente da krigagem linear, este procedimento consegue modelar atributos com alta variabilidade espacial, sem a necessidade de se

ignorar os dados amostrados cujos valores estão muito distantes de uma tendência (Journel, 1983 in Felgueiras, 1999).

A krigeagem por indicação sobre um conjunto de dados numéricos  $Z(\mathbf{u}=\mathbf{u}_\alpha)$ , o caso deste trabalho, para um valor de corte  $z_k$ , gera um conjunto amostral por indicação  $I(\mathbf{u}=\mathbf{u}_\alpha; z_k)$  do tipo:

$$I(\mathbf{u}; z_k) = \begin{cases} 1, se Z(u) \leq z_k \\ 0, se Z(u) > z_k \end{cases} \quad (7)$$

A Figura 4 ilustra a codificação por indicação aplicada sobre todo conjunto amostral criando, para cada valor de corte, um conjunto amostral por indicação cujos valores das amostras são transformados em 0 ou 1. Os K valores de corte,  $z_k, k=1,2,\dots,K$ , são definidos em função do número de amostras.

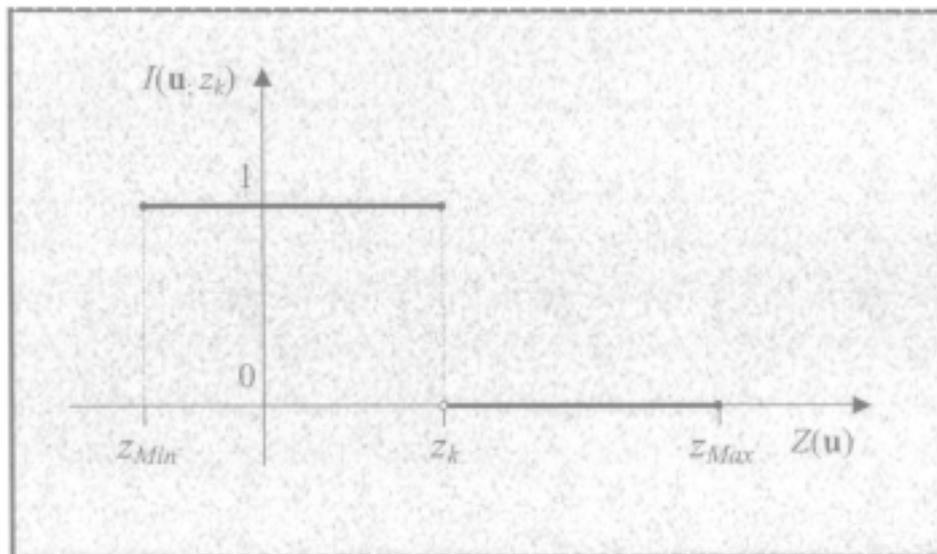


Fig. 4: Codificação por indicação dos dados amostrais numéricos para um valor de corte  $z=z_k$ .

FONTE: Felgueiras (1999, p. 43)

A *krigeagem por indicação simples* é um procedimento de krigeagem linear simples aplicado a um conjunto amostral codificado por indicação, nos valores de corte  $z=z_k$ , e tem a seguinte formulação:

$$F_S^*(u; z_k / (n)) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{S\alpha}(u; z_k) i(u_\alpha; z_k) + \left[ 1 - \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{S\alpha}(u; z_k) \right] F^*(z_k) \quad (8)$$

onde  $F^*(z_k)$  é a média da FA da região estacionária e os pesos  $\lambda_{S\alpha}(u; z_k)$  são determinados com o objetivo de minimizar a variância do erro de estimação.

Considerando-se a somatória dos pesos de ponderação igual 1, obtêm-se uma variante mais simplificada da *krigeagem por indicação simples*, a *krigeagem por indicação ordinária*, cuja expressão de estimação se resume a:

$$F_0^*(u; z_k / (n)) = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u; z_k) i(u; z_k) \quad (9)$$

sendo que os pesos  $\lambda_{0\alpha}(\mathbf{u}; z_k)$  são obtidos pela solução do seguinte sistema de equações de krigeagem por indicação ordinária:

$$\begin{cases} \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u; z_k) C_I(\mathbf{h}_{\alpha\beta}; z_k) + \phi(u; z_k) = C_I(\mathbf{h}_\alpha; z_k) \forall \alpha = 1, 2, \dots, n(u) \\ \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{0\alpha}(u; z_k) = 1 \end{cases} \quad (10)$$

onde  $\phi(\mathbf{u}; z_k)$  é o multiplicador de Lagrange,  $\mathbf{h}_{\alpha\beta}$  é o vetor de separação definido pelas posições  $\mathbf{u}_\alpha$  e  $\mathbf{u}_\beta$ ,  $\mathbf{h}_\alpha$  é o vetor definido entre posições  $\mathbf{u}_\alpha$  e  $\mathbf{u}$ ,  $C_I(\mathbf{h}_{\alpha\beta}; z_k)$  é a autocovariância definida por  $\mathbf{h}_{\alpha\beta}$  e  $C_I(\mathbf{h}_\alpha; z_k)$  é a autovariância definida por  $\mathbf{h}_\alpha$  em  $z=z_k$ . As autocovariâncias são determinadas pelo modelo de variografia teórico definido pelo conjunto  $I$  para  $z=z_k$ .

A krigeagem por indicação, simples ou ordinária, fornece, para cada valor de corte  $z_k$ , uma estimativa que é também a melhor estimativa mínima quadrática da esperança condicional da VA  $I(\mathbf{u}; z_k)$ . Utilizando esta propriedade, pode-se calcular estimativas dos valores da *função de distribuição acumulada condicionada* (fdac) de  $z(\mathbf{u})$  para vários valores de  $z=z_k$ , pertencentes ao domínio de  $Z(\mathbf{u})$ . O conjunto dos valores das fdac's,

estimados nos valores de corte, é considerado uma aproximação discretizada da fdac real de  $Z(\mathbf{u})$ . Quanto maior a quantidade de valores de corte, melhor é a aproximação. A aproximação é completada pela definição de uma função de ajuste para a distribuição, que deve ser utilizada para se inferir a fdac para valores diferentes dos valores de corte. Um ajuste linear é o mais simples de se definir, porém funções de maior grau podem ser usadas.

Assim, a krigagem por indicação é dita não paramétrica, pois não considera nenhum tipo de distribuição de probabilidade a priori para a variável aleatória. Ao invés disso, ela possibilita a construção de uma aproximação discretizada da fdac de  $Z(\mathbf{u})$ . Os valores de probabilidade discretizados podem ser usados diretamente para se estimar valores estatísticos característicos da distribuição, tais como: valor médio, variância, mediana, quantis e outros (Felgueiras, 1999).

O conhecimento da fdac, em uma localização  $\mathbf{u}$ , possibilita uma estimativa direta da incerteza, sobre o valor não conhecido  $z(\mathbf{u})$ , anterior a, e independente da, escolha de um estimador  $z(\mathbf{u})$  (Goovaerts, 1997 in Felgueiras, 1999).

Quando a fdac apresenta um alto grau de similaridade e pode-se supor a hipótese de normalidade para a distribuição, a incerteza pode ser especificada por intervalos de confiança, centrados no valor médio estimado,  $\mu_z(\mathbf{u})$ , do tipo:

$$Pr ob\{Z(u) \in [\mu_z(u) \pm \sigma(u)]\} \cong 0.68$$

ou (11)

$$Prob\{Z(u) \in [\mu_z(u) \pm 2\sigma(u)]\} \cong 0.95$$

onde  $\sigma^2 = E\{(Z(\mathbf{u}) - E\{Z(\mathbf{u})\})^2\}$  é a variância da distribuição. O intervalo de confiança consiste de um valor mínimo e máximo em conjunto com a probabilidade de um valor, não conhecido, estar dentro desse intervalo.

Para distribuições assimétricas, uma medida mais robusta é o intervalo interquartil, que é definido como a diferença entre dois quantis, simétricos em relação à mediana. A partir da função de distribuição acumulada condicionada inferida,  $F^*(\mathbf{u}; z | (n))$ , pode-se derivar vários intervalos de probabilidade tais como o intervalo 95%,  $[q_{0.025}; q_{0.975}]$ , tal que:

$$Prob\{Z(\mathbf{u}) \in [q_{0.025}; q_{0.975}] / (n)\} = 0.95 \quad (12)$$

com  $q_{0.025}$  e  $q_{0.975}$  sendo os quantis 0.025 e .975, respectivamente, da fdac, ou seja,  $q_{0.025}$  é tal que  $F^*(\mathbf{u}; q_{0.025} | (n)) = 0.025$  e  $q_{0.975}$  é tal que  $F^*(\mathbf{u}; q_{0.975} | (n)) = 0.975$ . Os valores do atributo, referentes aos quantis, são estimados a partir da função de ajuste e dos valores de corte usados na krigagem por indicação.

## 5. METODOLOGIA E RESULTADOS

A metodologia utilizada neste trabalho diz respeito, basicamente, à aplicação dos métodos geoestatísticos descritos nos itens anteriores, *krigagem ordinária* e *krigagem por indicação*, para dois conjuntos de dados geoquímicos de solos, teores dos elementos cobre (Cu) e zinco (Zn), em ppm, e comparar os resultados obtidos nos dois procedimentos.

Os dados utilizados, como já detalhado no item 3, foram obtidos do levantamento geoquímico de solo, realizado pela Rio Doce Mineração e Geologia S.A (DOCEGEO) no depósito de Cu e Zn do Pojuca, Província Mineral de Carajás, Estado do Pará. Do conjunto de 10 variáveis analisadas naquela amostragem foram selecionadas apenas duas para este trabalho, Cu e Zn, cujos atributos constituíram planos de informação numéricos diferentes com 148 pontos de amostragem cada.

A seguir são apresentados, individualmente, os resultados da aplicação dos métodos de interpolação geoestatísticos discutidos.

### 5.1 Aplicação da Krigagem Ordinária

O módulo de Geoestatística de Krigagem Ordinária implementado no Spring 3.4 possui quatro (4) passos, esquematizados na Figura 5 e discutidos separadamente nos itens seguintes, os quais foram seqüencialmente aplicados aos conjuntos de dados tratados neste trabalho.

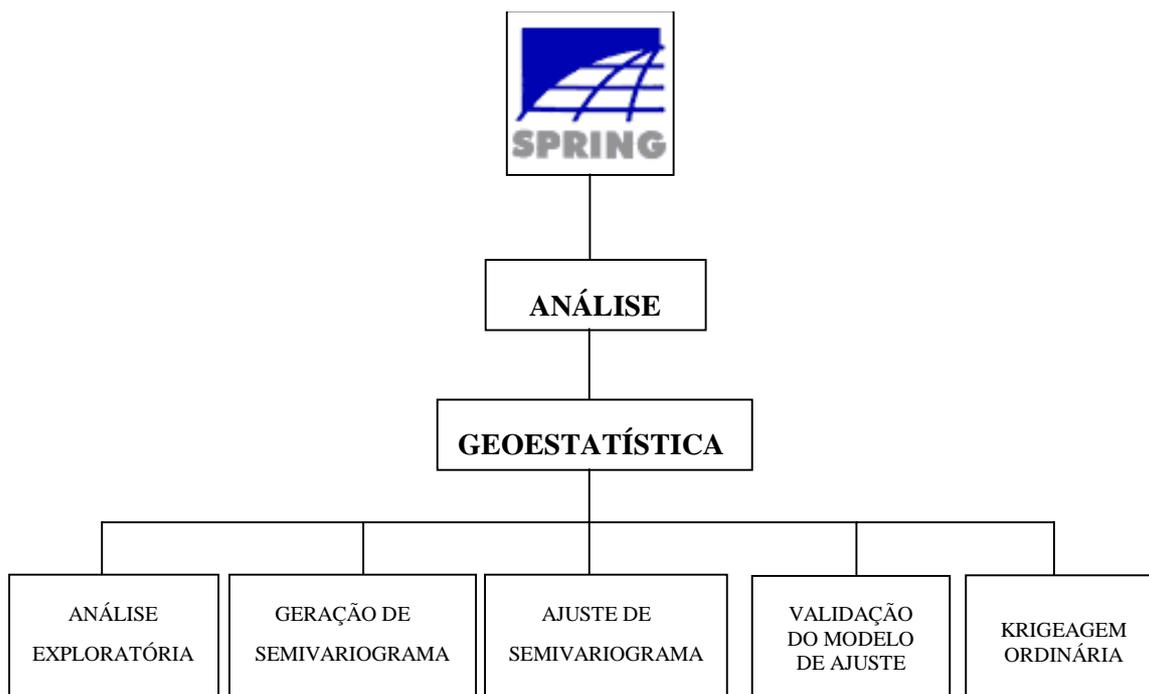


Fig. 5: Passos para realização de krigagem ordinária utilizando o módulo de geoestatística do Spring 3.4.

### ***5.1.1 Análise Exploratória***

A análise exploratória dos dados é uma etapa de fundamental importância e obrigatória dentro de qualquer estudo geoestatístico. É uma etapa precursora introduzida para averiguar as propriedades estatísticas e matemáticas dos dados (Burrough et al., 1996).

Neste sentido, foram obtidas algumas estatísticas para o conjunto amostral considerado (Figura 6), tais como média, desvio padrão, variância, coeficiente de variação, coeficiente de assimetria, coeficiente de curtose, valor mínimo, quartil inferior, mediana, quartil superior e valor máximo. Todas estas estatísticas foram obtidas através do Módulo de Análise Exploratória do Spring e estão apresentadas na Tabela 1.

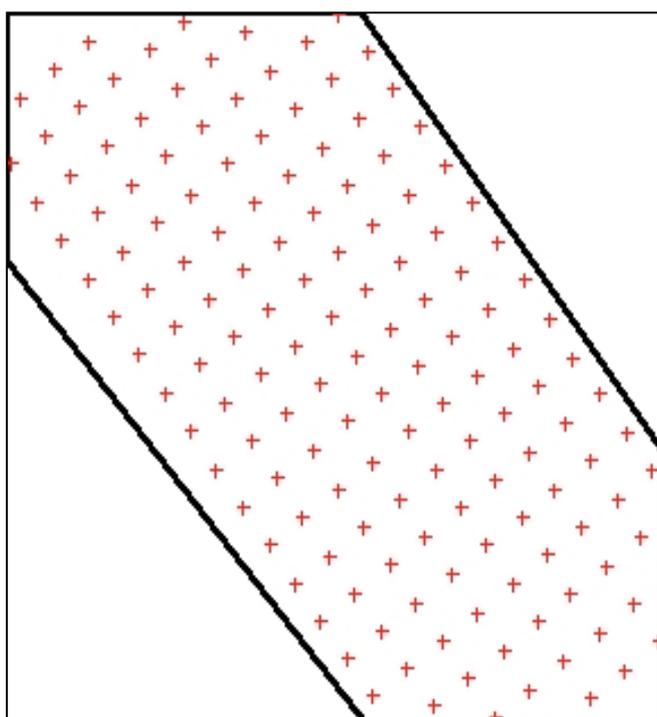


Fig. 6: Distribuição espacial das amostras do levantamento geoquímico de solo.

TABELA 1 – ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DAS AMOSTRAS (%).

<b>ESTATÍSTICAS</b>	<b>Cu</b>	<b>Zn</b>
Número de observações	148	148
Número de observações válidas	148	148
Média	575.804	153.703
Variância	83168.685	28891.155
Desvio Padrão	288.390	169.974
Coefficiente de variação	0.501	1.106
Coefficiente de assimetria	0.587	4.136
Coefficiente de curtose	2.622	23.901
Valor mínimo	42.000	10.000
Quartil inferior	352.000	72.000
Mediana	535.000	112.000
Quartil superior	754.000	169.000
Valor máximo	1284.000	1217.000

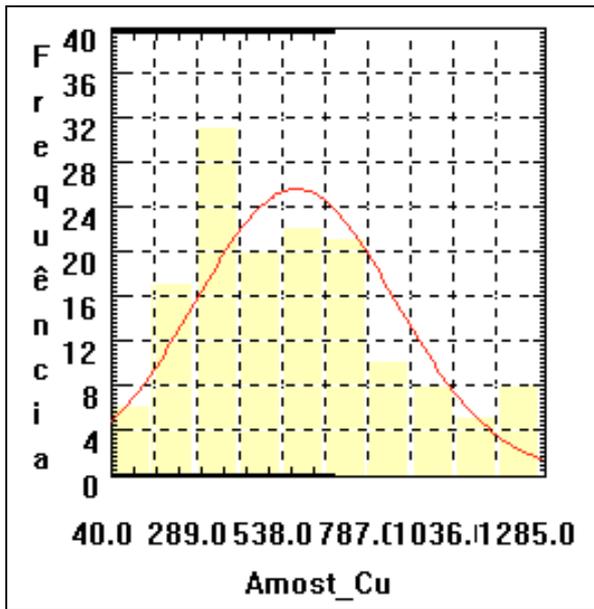
As ferramentas de análise exploratória do Módulo de Geoestatística do Spring possibilitam, também, cálculo e apresentação de histogramas das amostras e gráficos de probabilidade normal, tal como mostrado nas Figuras 7 e 8.

Nestes gráficos observa-se que o conjunto amostral de Cu apresenta uma distribuição mais próxima da normal que o conjunto amostral de Zn, dado tanto pelo histograma de frequência, quanto pelo gráfico da probabilidade normal e coeficientes de assimetria.

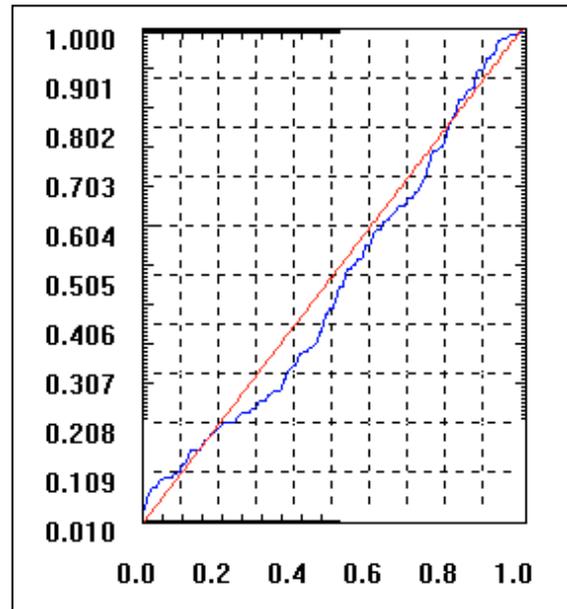
### ***5.1.2 Geração de Semivariograma***

Na geoestatística, a geração de semivariograma experimental é uma etapa importante, pois o modelo de variograma escolhido é a interpretação da estrutura de correlação espacial a ser utilizada nos procedimentos inferenciais da krigagem. Isto exige várias interações; é um processo em que o analista deve averiguar o comportamento do semivariograma em várias direções, na tentativa de detectar orientações de máxima e mínima continuidade do fenômeno em estudo. No caso de existir uma direção de máxima e de mínima continuidade, o fenômeno é dito anisotrópico. A anisotropia deve ser considerada e modelada, a fim de retratar a verdadeira continuidade espacial do fenômeno. Um método de modelar a anisotropia seria combinar os modelos direcionais num único modelo consistente para todas as direções (Isaaks e Srivastava, 1989) e só então aplicar a krigagem propriamente dita, contudo, tal metodologia ainda não foi implementada no sistema Spring. Desta forma, para este trabalho, adotou-se uma situação de isotropia do fenômeno e efetuou-se o procedimento de krigagem para a direção que se obteve melhor ajuste do semivariograma.

Os resultados obtidos da análise dos semivariogramas direcionais para as variáveis Cu e Zn estão apresentados nas Figuras 9 e 10, bem como os respectivos parâmetros utilizados.

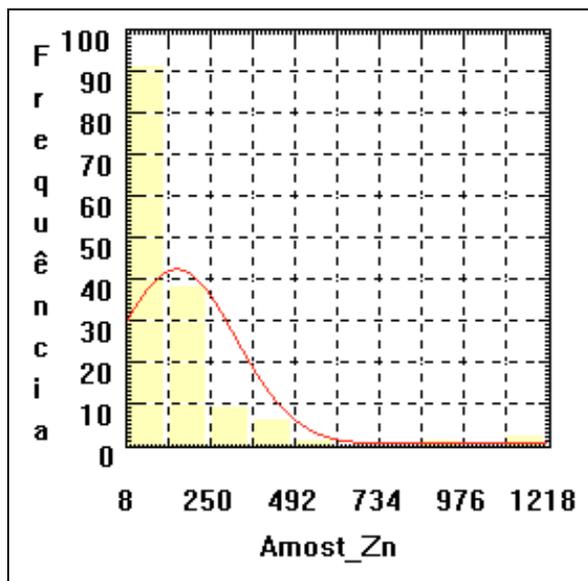


A

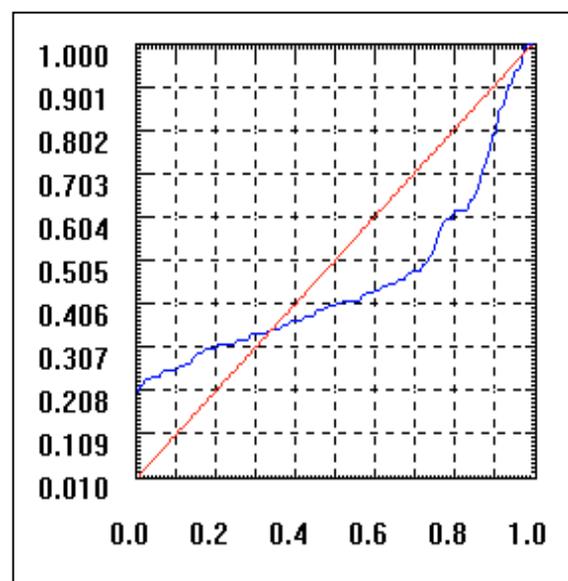


B

Fig. 7: A: Histograma das amostras de Cu. B: Gráfico da probabilidade normal de Cu.

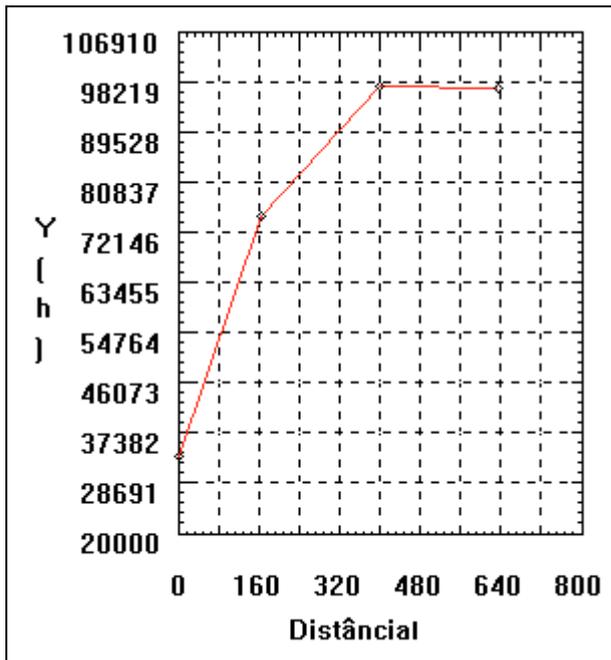


A



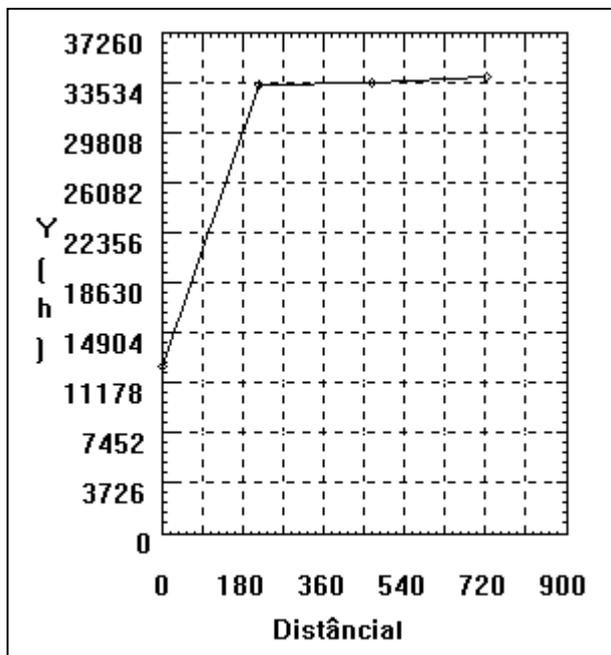
B

Fig. 8: A: Histograma das amostras de Zn. B: Gráfico da probabilidade normal de Zn.



Parâmetro	Valor
Nº. de Lags	2
Incremento do Lag	250
Tolerância do Lag	125
Direção	0°
Tolerância angular	37
Largura das Bandas (BW)	MAX

Fig. 9: Semivariograma direcional obtido para as amostras de Cu.



Parâmetro	Valor
Nº. de Lags	2
Incremento do Lag	380
Tolerância do Lag	140
Direção	135°
Tolerância angular	34
Largura das Bandas (BW)	MAX

Fig. 10: Semivariograma direcional obtido para as amostras de Zn.

### **5.1.3 Ajuste de Semivariograma**

O procedimento de ajuste de semivariograma não é direto e automático, como no caso de uma regressão, por exemplo, mas sim iterativo, pois nesse processo o intérprete faz um primeiro ajuste e verifica a adequação do modelo teórico. Dependendo do ajuste obtido, pode ou não redefinir o modelo, até obter um que seja considerado satisfatório.

Assim, como já foi mencionado, após algumas interações, obteve-se ajustes considerados bastantes satisfatórios, com o modelo esférico, para as direções consideradas no item anterior, conforme mostrado nas Figuras 11 e 12 com os respectivos relatórios de dados, onde são apresentados, também, os parâmetros do semivariograma.

### **5.1.4 Validação do Modelo**

Aos procedimentos anteriores de geração e ajuste de semivariograma está sempre associado um certo grau de incerteza sobre os parâmetros ajustados aos modelos. Esta incerteza é o erro da estimativa, o qual pode ser obtido através do procedimento chamado validação do modelo. Resumidamente, o processo de validação envolve a re-estimação dos valores conhecidos através dos parâmetros ajustados ao modelo do semivariograma. Assim, antes de executar a krigeagem propriamente dita, é recomendável verificar os resultados da validação. Problemas óbvios podem ser identificados com os parâmetros de entrada (por exemplo, a especificação do semivariograma) ou com os dados (por exemplo, valores aberrantes, ou *outliers*).

Desta forma, foram obtidas as estatísticas do erro, a distribuição espacial do erro, o histograma do erro e o diagrama dos valores observados x estimado (Figuras 13 e 14).

AJUSTE DO SEMIVARIOGRAMA

\*\*\*\*\*

Sumário:

Arquivo: c:\Carajas\_10\Pojuca/GeoStatistic\Amost\_Cu\_0.var  
 No. de variáveis: 3  
 No. de Lags: 4  
 No. de Lags usados:4

Parâmetros iniciais:

Efeito Pepita (Co): 33166.672  
 Para modelo transitivo: Esférico  
 Contribuição (C1): 56373.793  
 Alcance (a): 318.738

Modelo de Semivariograma Esférico

No.	Akaike	Efeito Pepita	Contribuição	Alcance
1	-46.614	33172.164	63833.766	357.793
2	-48.821	33166.676	63850.809	355.944

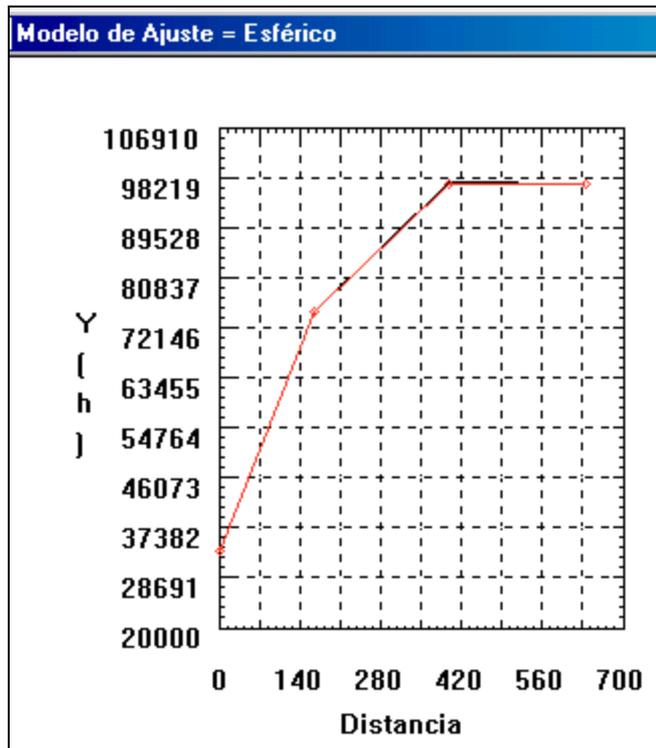


Fig. 11: Ajuste de semivariograma para as amostras de Cu.

J U S I E D U S E M I V K I U G R M  
\*\*\*\*\*

Sumário:

Arquivo: c:\Carajas\_10\Pojuca/GeoStatistic\Amost\_Zn\_135.var  
No. de variáveis: 3  
No. de Lags: 4  
No. de Lags usados: 4

Parâmetros iniciais:

Efeito Pepita (Co): 12250.773  
Para modelo transitivo: Esférico  
Contribuição (C1): 21295.916  
Alcance (a): 362.841

Modelo de Semivariograma Esférico

No.	Akaike	Efeito Pepita	Contribuição	Alcance
1	-47.037	12251.066	21410.025	244.177
2	-47.063	12250.773	21408.898	245.177

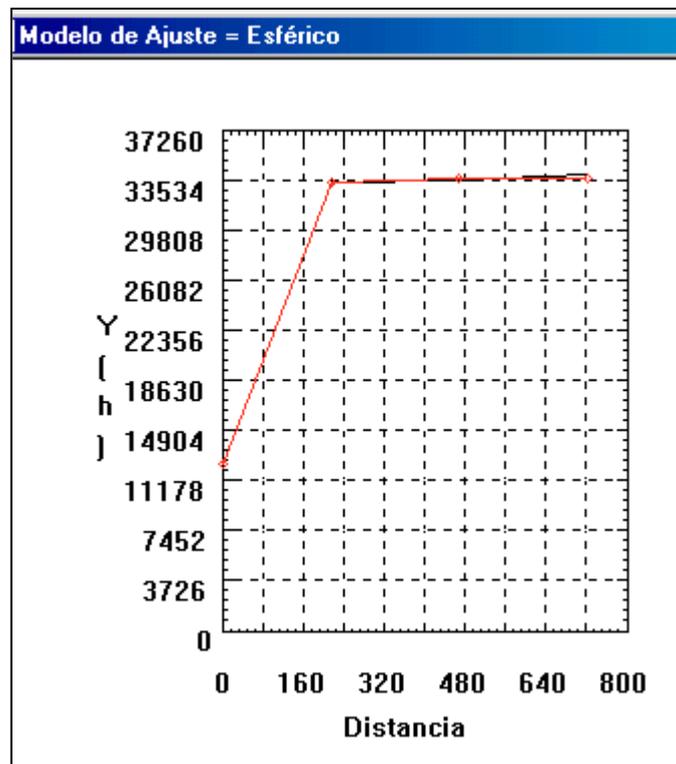


Fig. 12: Ajuste de semivariograma para as amostras de Zn.

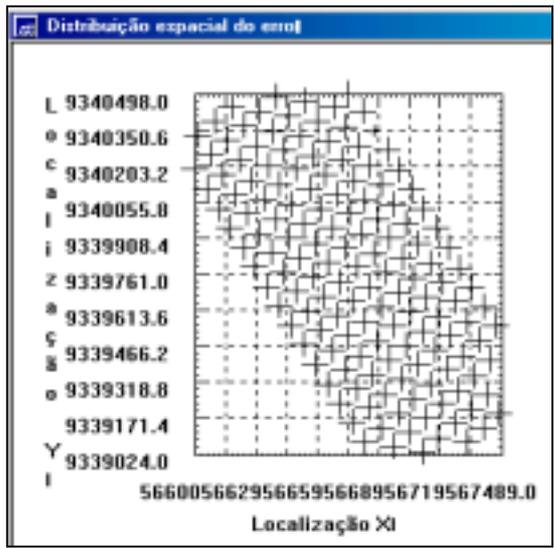
E S T A T Í S T I C A S      D O      E R R O

=====

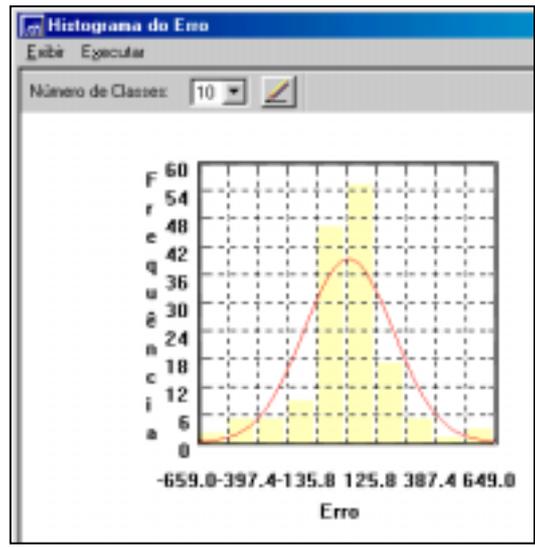
```

=> Plano de Informação:      Amost_Cu

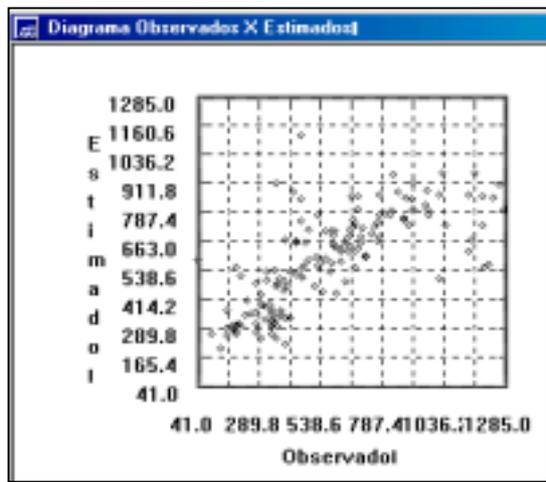
=> Número de amostras:      148
=> Média:                    3.499
=> Variância:                39010.629
=> Desvio Padrão:           197.511
=> Coeficiente de Variação:  56.453
=> Coeficiente de Assimetria: -0.469
=> Coeficiente de Curtose:   5.475
=> Valor Mínimo:             -657.633
=> Valor Máximo:             648.029
    
```



A



B



C

Fig. 13: Estatísticas do erro obtidas para o processo de krigeagem ordinária das amostras de Cu. A: Distribuição espacial do erro; B: Histograma do erro e; C: Histograma Estimados x Observados.

E S T A T Í S T I C A S      D O      E R R O

=====

=> Plano de Informação:            Amost\_Zn

=> Número de amostras:            148

=> Média:                            1.842

=> Variância:                        14791.668

=> Desvio Padrão:                    121.621

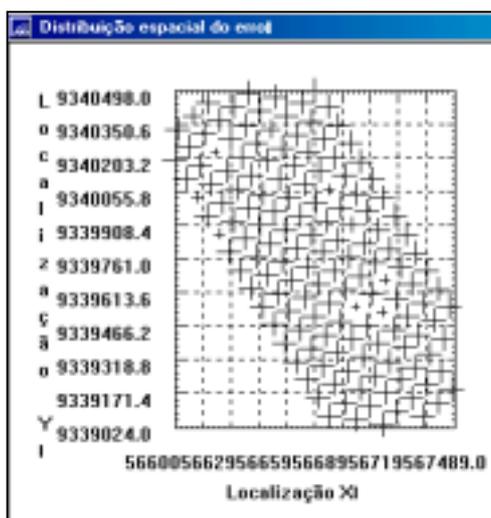
=> Coeficiente de Variação:        66.032

=> Coeficiente de Assimetria:     -3.066

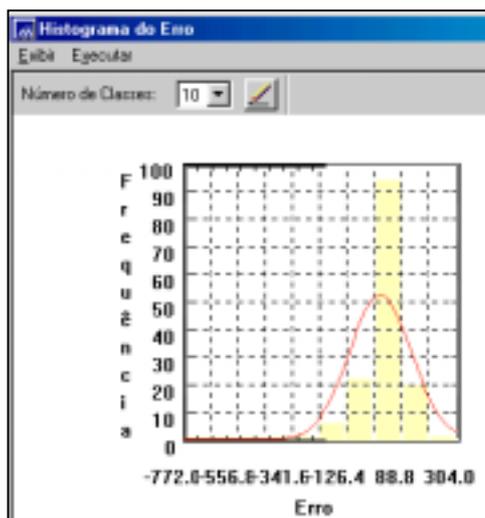
=> Coeficiente de Curtose:        17.881

=> Valor Mínimo:                    -771.355

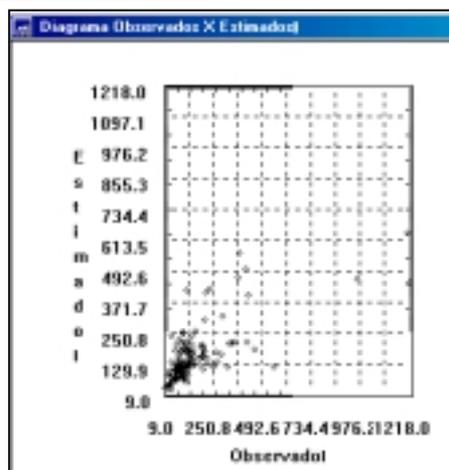
=> Valor Máximo:                    302.655



A



B



C

Fig. 14: Estatísticas do erro obtidas para o processo de krigeagem ordinária das amostras de Zn. A: Distribuição espacial do erro; B: Histograma do erro e; C: Histograma Estimados x Observados.

### **5.1.5 Krigagem**

Após considerar todas as fases anteriormente discutidas, finalmente, realizou-se o procedimento de *krigagem ordinária* propriamente dito para espacializar a propriedades geoquímicas de solo (teores de Cu e Zn). Em conjunto com os valores estimados, são inferidos os valores de variância do erro de estimação, que são utilizados para gerar um mapa de incerteza formado por valores de incerteza local iguais a dois (2) desvios padrão no total, que equivale, para distribuições gaussianas, a um intervalo de confiança de 95% de probabilidade. As Figuras 15 e 16 mostram o resultado desta operação.

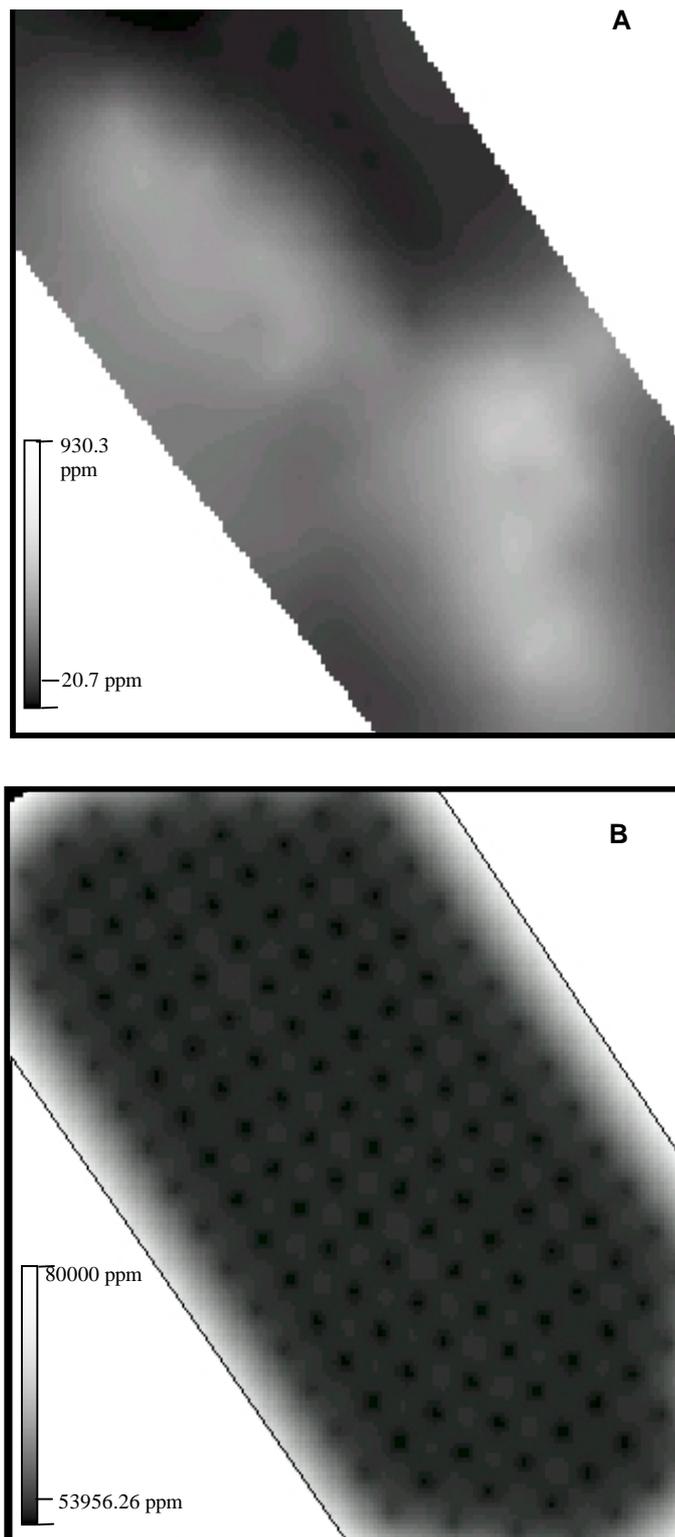


Fig. 15: Resultado da aplicação da krigeagem ordinária utilizando o conjunto amostral de dado geoquímico de solo para Cu. A: Representação dos valores gerados em escala de cinza; B: Incertezas locais obtidas a partir da variância do erro.

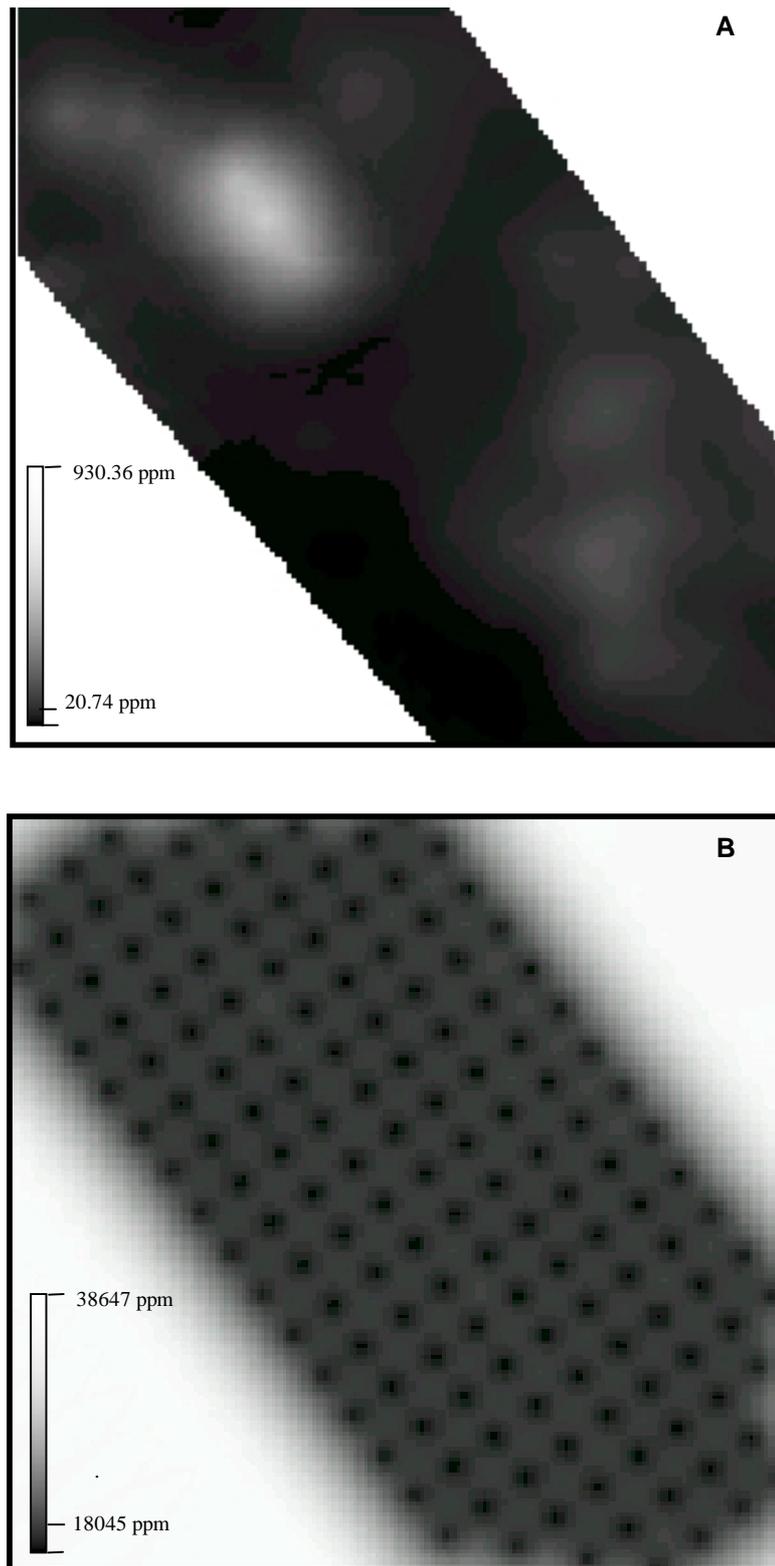


Fig. 16: Resultado da aplicação da krigeagem ordinária utilizando o conjunto amostral de dado geoquímico de solo para Zn. A: Representação dos valores gerados em escala de cinza; B: Incertezas locais obtidas a partir da variância do erro.

## 5.2 Aplicação da Krigagem por Indicação

Para realizar a krigagem por indicação para os dados de geoquímica de solo (Cu e Zn), dividiu-se os conjuntos amostrais em cinco (5) subconjuntos cada, selecionando-se quatro (4) valores de cortes. Para cada valor de corte realizou-se a transformação por indicação, como definido em 4.1.2, sobre as amostras originais. Foram criados, assim, cinco (5) conjuntos amostrais por indicação. Para cada um desses conjuntos, utilizando-se a ferramenta de krigagem por indicação do Módulo de Geoestatística do Spring, conforme esquematizado na Figura 17, definiu-se um modelo teórico de variografia para representar a variabilidade espacial da variável por indicação. Nas Tabelas 2 e 3 são mostrados os resultados obtidos para cada valor de corte, para Cu e Zn, bem como os modelos teóricos de variografia (considerados isotrópicos) para cada um dos subconjuntos por indicação.

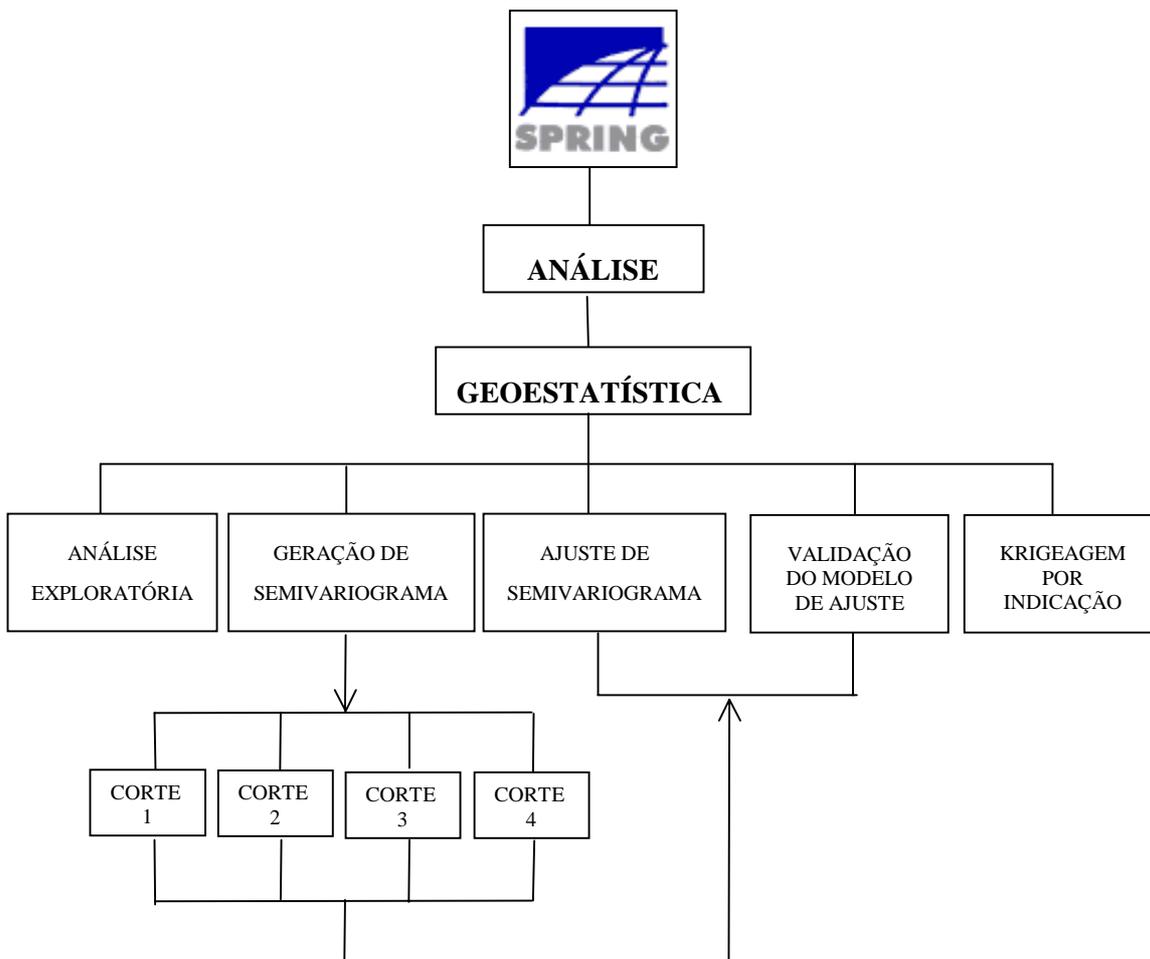


Fig. 17: Passos para realização de krigagem por indicação utilizando o módulo de geoestatística do Spring 3.4.

TABELA 2: PARÂMETROS DOS VARIOGRAMA TEÓRICOS DEFINIDOS PARA OS DADOS DE GEOQUÍMICA DE SOLO (Cu) TRANSFORMADOS POR INDICAÇÃO EM VÁRIOS VALORES DE CORTE.

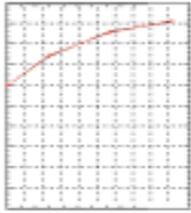
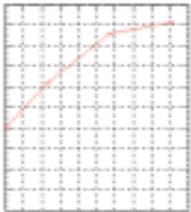
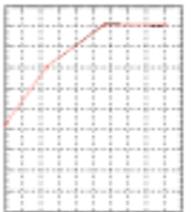
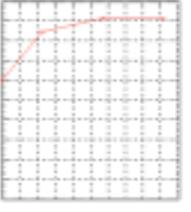
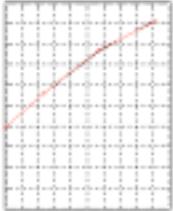
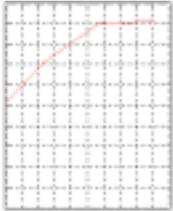
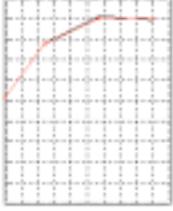
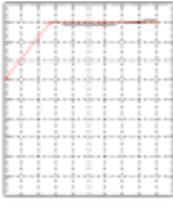
Valor de corte	Efeito pepita	Contribuição	Alcance	Akaike	Modelo teórico	Ajuste
300	0.080	0.048	934.862	-100.925	Exponencial	
495	-111.988	0.155	553.494	-111.988	Esférico	
600	0.134	0.155	400.376	-93.495	Esférico	
909	0.094	0.049	269.769	-115.820	Esférico	

TABELA 3: PARÂMETROS DOS VARIOGRAMA TEÓRICOS DEFINIDOS PARA OS DADOS DE GEOQUÍMICA DE SOLO (Zn) TRANSFORMADOS POR INDICAÇÃO EM VÁRIOS VALORES DE CORTE.

Valor de corte	Efeito pepita	Contribuição	Alcance	Akaike	Modelo teórico	Ajuste
69	0.086	0.113	729.269	-92.699	Esférico	
105	0.153	0.122	472.579	-110.131	Esférico	
159	0.125	0.094	347.754	-82.232	Esférico	
295	0.064	0.031	235.584	-84.770	Esférico	

A Figura 18 mostra o resultado da aplicação da krigagem por indicação, para Cu e Zn, onde os valores dos atributos, para cada ponto da grade, foram estimados pelo valor médio. A Figura 19 apresenta os campos de incertezas locais obtido a partir das fdac's construídas por este procedimento de krigagem, onde, para cada ponto da grade, foi obtido um valor de variância, e portanto de desvio padrão, em torno do valor médio. Os valores de incerteza local são iguais a dois (2) desvios padrão no total, o que equivale, para distribuições gaussianas, a um intervalo de confiança de 95% de probabilidade.

A Figura 20 apresenta o mapa de valores para as variáveis Cu e Zn estimados por mediana. O procedimento de espacialização foi o mesmo utilizado no caso da Figura 18, substituindo-se os valores médios pelos valores das medianas. A Figura 21 mostra os mapas de incertezas obtidos pelos valores de uma grade de intervalos interquartis, diferença entre o primeiro e o terceiro quartil, de valores de Cu e Zn estimados das fdac construídas através da krigagem por indicação.

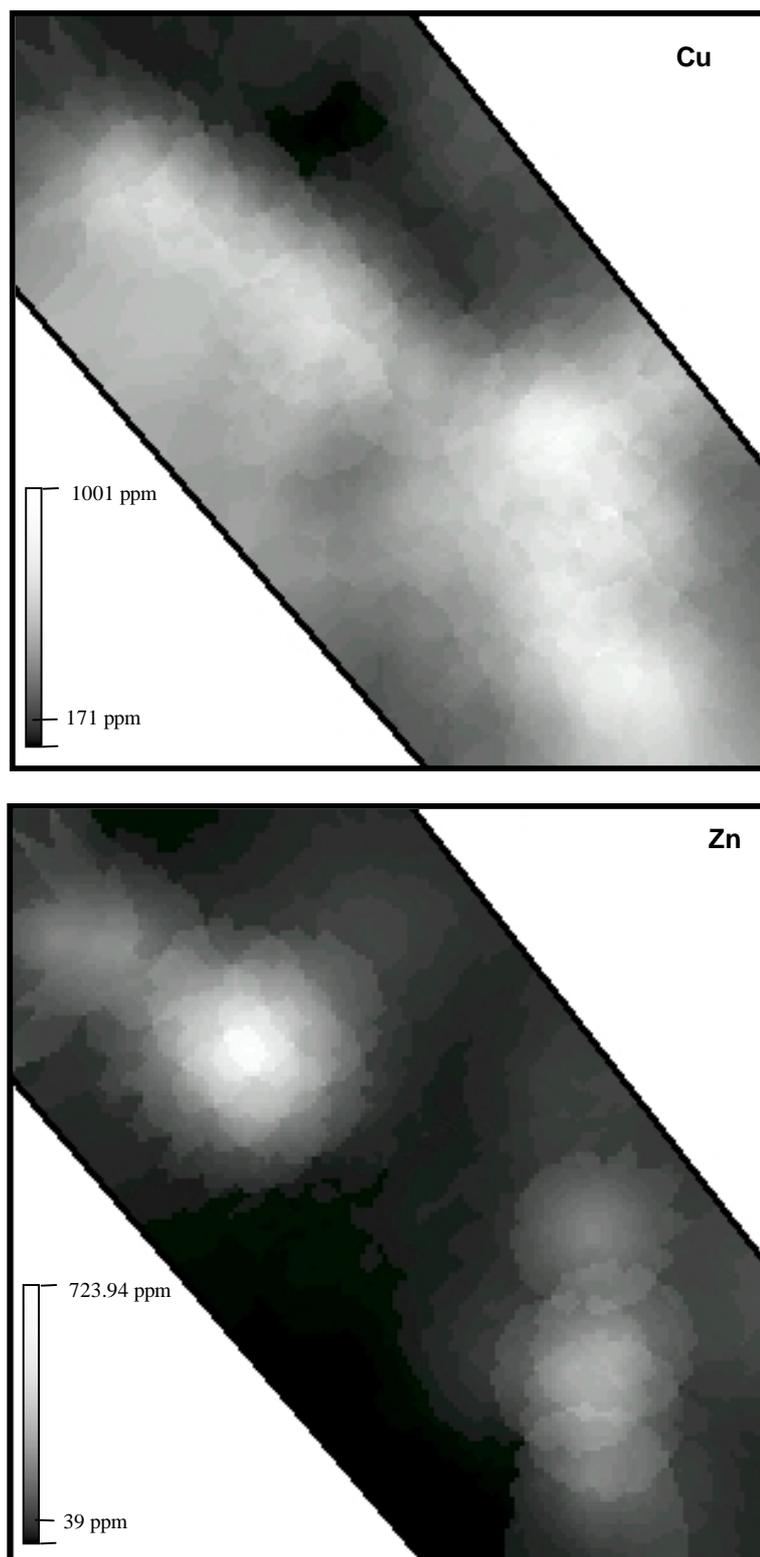


Fig. 18: Mapas de valores médios inferidos a partir das fdac locais construídas pelo procedimento de krigeagem por indicação para as variáveis Cu (acima) e Zn (abaixo).

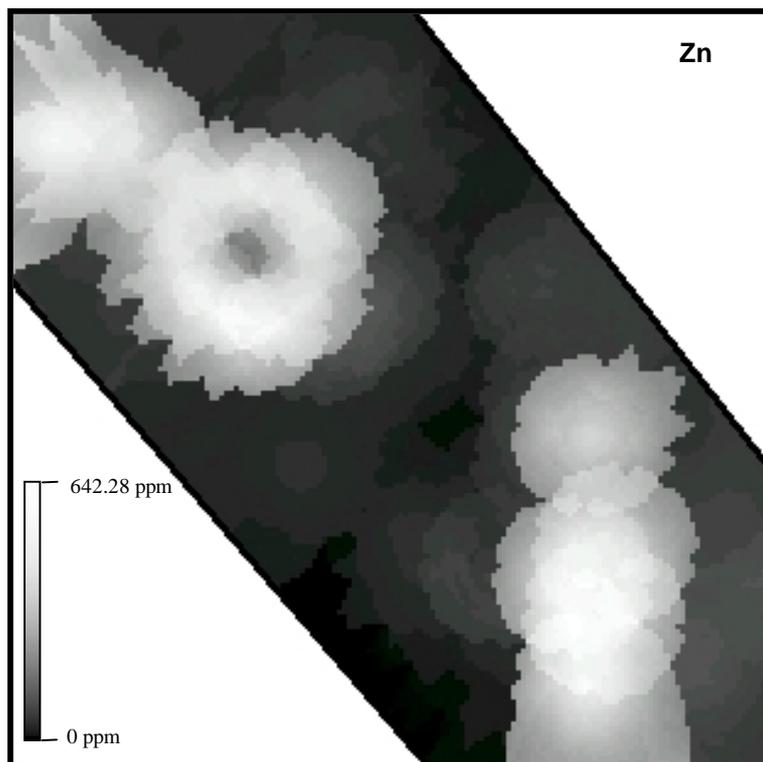
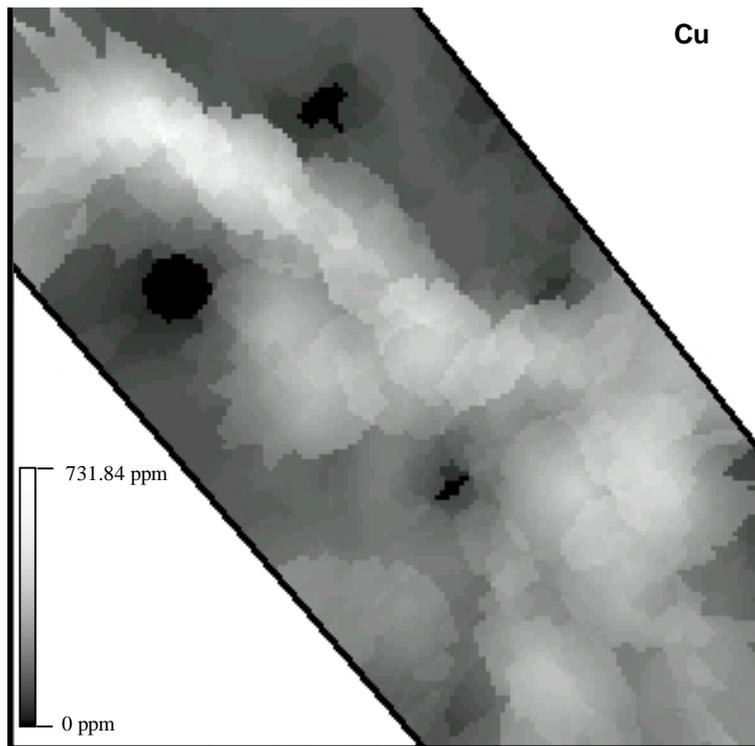


Fig. 19: Mapas de incertezas locais obtidos a partir das variâncias inferidas dos modelos de distribuição probabilística construídos pela krigagem por indicação para as variáveis Cu (acima) e Zn (abaixo).

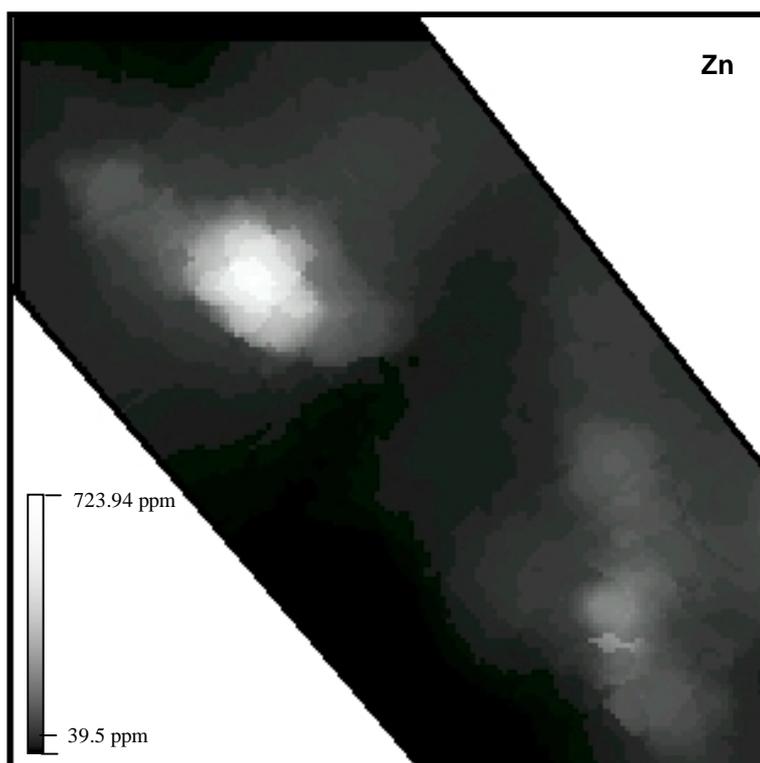
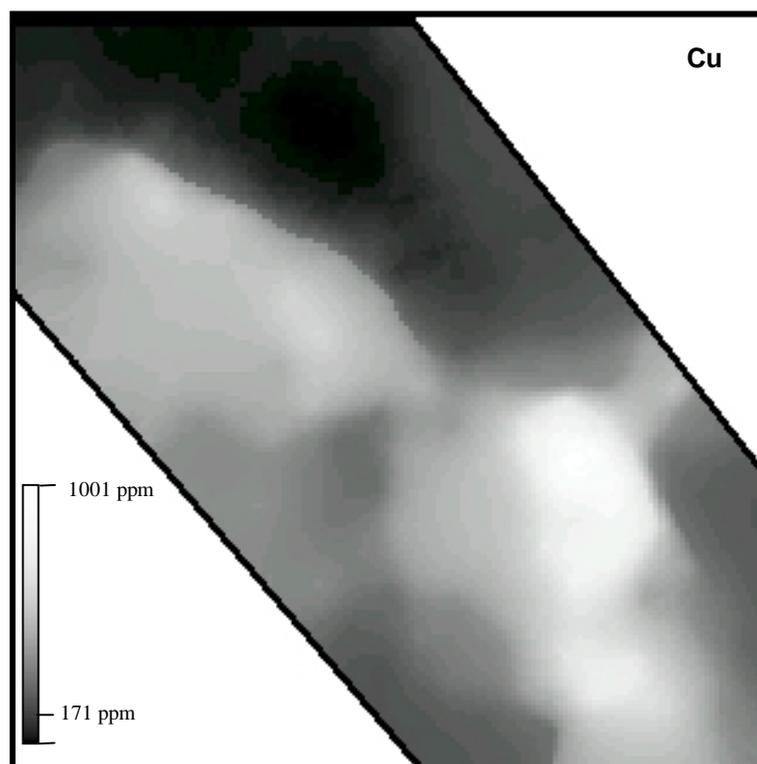


Fig. 20: Mapas de medianas inferidas a partir das fdac locais construídas pelo procedimento de krigeagem por indicação para as variáveis Cu (acima) e Zn (abaixo).

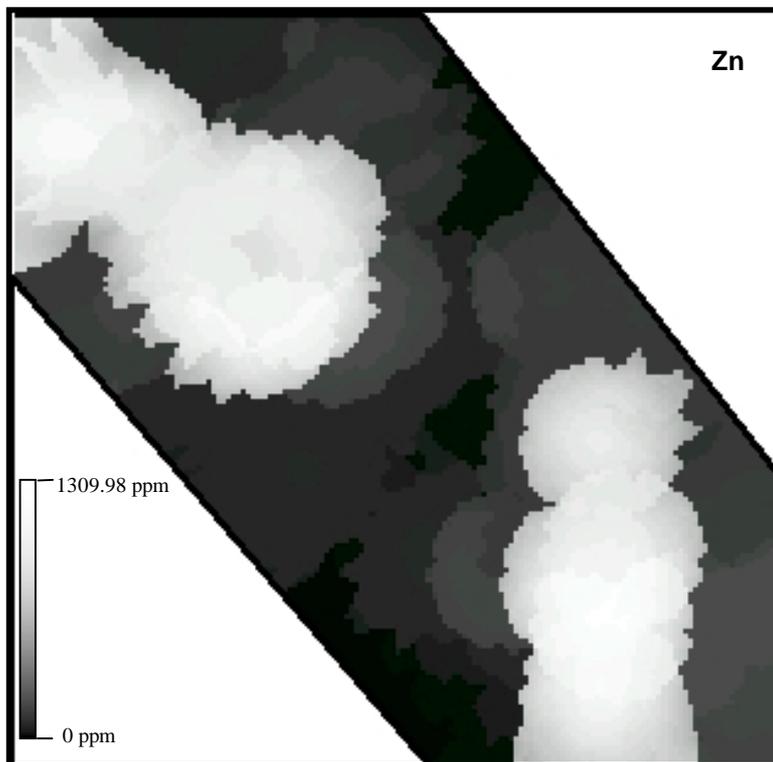
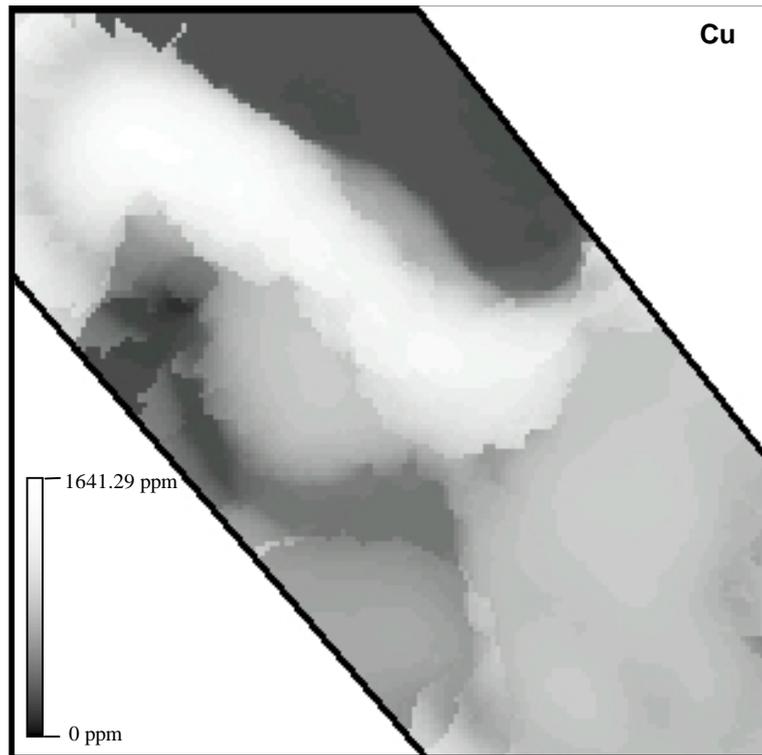


Fig. 21: Mapas de incertezas locais obtidos a partir dos quartis, primeiro e terceiro, inferidos dos modelos de distribuição probabilística construídos pela krigagem por indicação para as variáveis Cu (acima) e Zn (abaixo).

## **7. DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS**

Na comparação do resultado da aplicação do estimador de krigagem ordinária com o resultado da aplicação do estimador de krigagem por indicação, observa-se que primeiro gera uma superfície mais suavizada evidenciando a característica de minimização da variância do erro de estimação, tal como observado em Felgueiras (1999).

Considerando o que foi discutido em 4.1.2 (equação 11) sobre a distribuição das amostras no cálculo da incerteza e com base nos resultados obtidos na fase de análise exploratória dos dados, no procedimento de krigagem ordinária, poderia-se dizer que os resultados que melhor representam a espacialização dos atributos (Cu e Zn) são aqueles gerados a partir do estimador de mediana, pois neste caso, a assimetria observada nas distribuições é considerada.

Nos resultados referentes às incertezas locais, obtidas a partir da variância do erro para a krigagem ordinária, observa-se que estes apresentam um padrão de textura definido pela distribuição do conjunto amostral. De outra forma, a variância aumenta à medida que o ponto estimado está mais distante das amostras, ou ainda, a variância diminui para pontos estimados que estão mais próximo das amostras e é zero quando o ponto inferido está sobre uma amostra. Por outro lado, quando se analisa os resultados referentes às incertezas gerados a partir do procedimento de krigagem por indicação, observa-se que estes apresentam variações proporcionais ao comportamento do atributo na região. Nas áreas em que existe uma variação maior do valor do atributo, os valores de incertezas são maiores. Nas áreas em que o atributo tem variação mais suave, ou não varia, observam-se valores de incertezas menores (Felgueiras, 1999).

## 8. CONCLUSÃO

O conjunto de resultados apresentados neste trabalho e as considerações feitas no item anterior permitem concluir, principalmente:

1. enquanto a krigagem ordinária minimiza a variância do erro de estimação, a krigagem por indicação associa a incerteza à variabilidade dos valores estimados;
2. a variância de estimação da krigagem linear depende da distribuição geométrica do conjunto amostral, sem levar em consideração os valores do atributo, ao contrário da krigagem por indicação que relaciona diretamente os valores estimados de incerteza com os valores do atributo;
3. a krigagem por indicação possibilita uma aproximação discretizada da *função de distribuição acumulada condicionada* (fdac), ou seja, os valores de probabilidade discretizados podem ser usados diretamente para se estimar valores estatísticos característicos da distribuição, tais como: valor médio, mediana, quantis, entre outros.

Finalmente, numa análise crítica, poderia-se dizer que o estimador de krigagem por indicação seria o mais apropriado para representar os atributos considerados neste trabalho, teores de Cu e Zn em solo, pois além de levar em conta a distribuição dos atributos associa a incerteza à variabilidade dos valores estimados.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bonham-Carter, G.F. **Geographic information systems for geoscientists: modelling with GIS**. Kidlington: Elsevier Science, 1994. 398p.
- Burgess, T.M. e Webster, R. Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. I The semi-variogram and punctual Kriging. **Journal of Soil Science**, v.31, n.2, p.315-331, 1980a.
- Burgess, T.M. e Webster, R. Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties. II Block Kriging. **Journal of Soil Science**, v.31, n.2, p.333-341, 1980b.
- Burrough, P.A. **Principles of geographical information systems for land resources assessment**. Oxford, Clarendon Press, 1987. 193p.
- Burrough, P.A.; Van Rijn, R. e Rikken, M. Spatial data quality and error analysis Issues: GIS functions and environmental modeling. In: **GIS and Environmental Modeling: Progress and Research Issues**. Edited by Michael F. Goodchild, Louis T. Steyaert, Bradley O Parks, Carol Johnston, David Maidment, Michael Crane, and Sandi Gendinning, 1996. p.29-34.
- Burrough, P.A.; McDonnell, R.A. **Principles of geographical information systems**. New York: Oxford University Press, 1998. 334p.
- Câmara, G.; Davis, C.; Monteiro, A.M.V.; Paiva, J.A. e D`Alge, J.C.L. Geoprocessamento: Teoria e Aplicações. [on line]. <<http://www.dpi.br/gilberto/livro/cap15-inferencia>>. Jun. 2000.
- Delfiner, P. e Delhomme, J.P. Optimum interpolation by Kriging. In: Davis, J.C.; McCullagh, M.J. ed. **Display and Analysis of Spatial Data**. New York, John Wiley, 1975. p.96-114.
- Deutsch, C.V. e Journel, A.G. **GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide**. New York, Oxford University Press, 1998. 369p.

Docegeo (Rio Doce Geologia e Mineração S.A.). **Relatório final da pesquisa do projeto cobre Carajás Pojuca**. Rio Doce Geologia e Mineração S.A., 1984, Belém, Pará.

Eastman, J. R.; Jin, W.; Kyem, P. A. K.; Toledano, J. Raster procedures for multi-criteria/multi-objective decisions. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v.61, n.5, may, 1995. 539-547p.

Felgueiras, C.A **Desenvolvimento de um sistema de modelagem digital de terreno para microcomputadores**. São José dos Campos. 202p. (INPE-4406-TDI/303). Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1987.

Felgueiras, C.A. Modelagem ambiental com tratamento de incertezas em sistemas de informação geográfica: o paradigma geoestatístico por indicação. São José dos Campos. 182p. [on line] <<http://www.dpi.inpe.br/teses/carlos>> Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1999.

Goovaerts, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. New York, Oxford University Press, 1997. 481p.

Isaaks, E.H. e Srivastava, R.M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. New York, Oxford University Press, 1989. 561p.

Journel, A.G. Nonparametric Estimation of Spatial Distributions. **Mathematical Geology**, v.15, n.3, p.445-468, 1983.

Journel, A.G. **Fundamentals of geostatistics in five lessons**. California, Stanford Center for Reservoir Forecasting Applied Earth Sciences Department, 1988. 85p.

Kitanidis, P.K. e Vomvoris, E.G. A geostatistical approach to the inverse problem in groundwater modeling (steady state) and one dimensional simulations. **Water Resources Research**, v.19, n.3, p.677-690, 1983.

- Lajaunie, C.A. A geostatistical approach to air pollution modelling. In: Geostatistics for Natural Resources Characterization, ed. A.G. Journel e A. Marechal, 1984, p.877-891.
- Matheron, G. The theory of regionalized variables and its applications. Paris, Le Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique de Fontainebleu, 1971. 211p.
- McCullagh, M.J. Terrain and surface modeling systems: theory and practice. **Photogrammetric Record**, v.12, n.2, p.747-779, 1988.
- Medeiros Neto, F.A. Mineralização auríferas da área Pojuca: Extração, transporte e deposição a partir de fluidos hidrotermais salinos. In: Congresso Brasileiro de Geociências, 34., Goiânia, 1986. **Anais: Sociedade Brasileira de Geologia**, p. 1969-1981.
- Moura, C.A.V. Aplicação de tratamento estatístico multivariante em dados geoquímicos de solo no mapeamento geológico na Província de Carajás (Alvo 2 – Corpo 4). **Revista Brasileiro de Geociências**, v.3, n.15, p.241-248. Sep. 1985.
- Santos, B.A. Recursos Minerais. In: Carajás: desafio político, ecologia e desenvolvimento. São Paulo: Brasiliense; (Brasília, DF): Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, 1986.
- Saueressig, R. Depósito de cobre e zinco do Corpo Quatro, Pojuca. In: Congresso Brasileiro de Geologia, 35., Belém, 1988. **Anais: Sociedade Brasileira de Geologia**, p.115-119.