CAPÍTULO 5
OPERAÇÕES SOBRE CAMPOS E OBJETOS GEOGRÁFICOS

"Se quisermos apreender a essência de um complexo de noções abstratas, devemos por um lado investigar as relações mútuas entre os conceitos e as afirmações feitas a seu respeito e, por outro, investigar como eles se relacionam com as experiências."

Albert Einstein

5.1 INTRODUÇÃO

As operações de consulta e manipulação de dados geográficos constituem a essência de um SIG, ao diferenciar o Geoprocessamento de tecnologias como Cartografia Automatizada e Projeto Auxiliado por Computador. Apesar de sua importância, consideramos que o avanço da tecnologia de Geoprocessamento está a requerer um trabalho conceitual semelhante ao realizado por Codd na área de bancos de dados convencionais, ao definir a álgebra relacional e suas propriedades.

A não-existência de uma álgebra geográfica é um fator limitante no avanço da tecnologia e dos sistemas para Geoprocessamento. Neste capítulo, procuramos dar uma contribuição para o assunto. A partir do modelo de dados apresentado no capítulo anterior, estabelecemos aqui uma taxonomia para as diversas operações de análise geográfica, que serão divididas em: *operadores sobre geo-objetos, operadores sobre geo-campos, operadores de transformação entre geo-campos e geo-objetos e operadores mistos entre geo-objetos e geo-campos*. Esta análise permitirá:

- Obter um entendimento formal sobre a natureza das operações em Geoprocessamento.

- Definir uma linguagem de manipulação e consulta para dados geográficos de propósito geral e ampla aplicação.
- Fornecer uma base conceitual para abordar o problema de otimizar operações em bancos de dados geográficos.

Uma visão completa sobre as operações de SIGs inclui ainda: *operadores de apresentação gráfica de dados e sobre representações geométricas*. Estes operadores não serão discutidos do ponto de vista conceitual, mas apresentados quando da proposta de uma linguagem no capítulo seguinte.

5.2 BREVE REVISÃO DA LITERATURA

A literatura especializada apresenta um grande número de artigos sistematizando as operações em um SIG, como Goodchild (1987), Maguire and Dangerramond (1991) e Burrough (1992). Não obstante, a caracterização adotada neste trabalho é inédita, pois é a primeira derivada da explícita diferenciação entre geo-objetos e geo-campos. Isto tem conseqüências importantes, pois permite compreender melhor a natureza de cada operador.

Os trabalhos da literatura abordam o problema de duas perspectivas distintas: operações de consulta sobre geo-objetos (Egenhofer, 1994) e operações de manipulação sobre geo-campos (Tomlin, 1990), sem unificar as duas visões.

Verifica-se ainda um grande esforço na literatura para formalizar as relações espaciais entre objetos discretos (Clementini et al., 1993; Egenhofer et al., 1994), que tomaremos como base para nossa análise.

Em resumo, nosso trabalho procurar traçar uma ponte entre as duas visões tradicionais de operações geográficas (baseadas em entidades e baseadas em campos), sempre buscando uma visão integradora dos processos de análise espacial. Como tal, temos a expectativa de trilhar caminho inovador no assunto.

5.3 PROPRIEDADES DE ÁLGEBRAS GEOGRÁFICAS

Em sua resenha, Güting (1994) indica algumas propriedades desejáveis de álgebras geográficas. No que segue, apresentamos as principais considerações contidas nesta referência e, em seguida, discute-se como a caracterização proposta as responde.

- **Extensibilidade**. "*A definição de tipos e, em especial, operações, é dependente da aplicação. Deve ser possível definir posteriormente tipos adicionais ou alternativos, o que conduz ao requisito de extensibilidade*".

Na abordagem proposta, considera-se que o modelo de dados definido no capítulo anterior contém todas as classes básicas para Geoprocessamento. Cada tipo específico de dados (e.g. Uso do Solo) pode ser derivado de um tipo primitivo do modelo (no caso, Temático).

- **Quais tipos de dados?** *"Será realmente necessário ter vários tipos distintos, para distinguir, por exemplo, pontos, linhas e regiões? Uma vantagem de um tipo único é que será mais fácil garantir o fechamento sobre as operações. Por outro lado, vários tipos dão maior expressividade e permitem uma aplicação mais precisa das operações*".

Um tipo único de dados não permitiria dar conta nem da dualidade básica (campos x objetos), nem das diferentes representações gráficas. É necessário uma hierarquia básica, tanto no universo formal, como no universo de representação.

- **Operações sobre conjuntos**. "*Uma álgebra espacial deveria oferecer não apenas operações sobre tipos espaciais atômicos (como regiões), mas também dados complexos (como um temático*)".

A proposição feita procura atender aos requisitos dos usuários de SIG e inclui operações sobre conjuntos complexos, tais como mapas de geo-objetos.

- **Completeza.** "*a questão é saber se existe um critério formal para dizer se uma particular coleção de operações é completa de algum modo. Algum sucesso limitado já foi obtido no estudo de operadores topológicos*".

Dada a variedade de usos de Geoprocessamento, o critério utilizado neste trabalho foi baseado na prática: analisamos as operações disponíveis nos principais SIGs do mercado (e.g. ARC/INFO, SPANS, MGE, SPRING) e levamos em conta a experiência prática do INPE e de seus parceiros no uso de sistemas de informação geográfica (veja-se, por exemplo, Assad e Sano, 1993). Procuramos apresentar um conjunto abrangente, no qual todas as classes de operações deste SIGs estão presentes.

5.4 OPERAÇÕES SOBRE GEO-CAMPOS

Descrevemos nesta seção as operações sobre GEO-CAMPOS e suas especializações TEMÁTICO, NUMÉRICO e DADO_SENSOR_REMOTO, que podem ser classificados como (Tomlin, 1990):

1. *Pontuais*: a saída da operação é um geo-campo cujos valores são função apenas dos valores dos geo-campos de entrada em cada localização correspondente. Podem operar apenas sobre um campo (e.g, *fatiar* um modelo numérico de terreno, *classificar* uma imagem) ou realizar intersecções entre conjuntos espaciais (e.g. *operações booleanas* entre mapas temáticos)[1].

2. *vizinhança*: o resultado é um geo-campo cujos valores dependem da vizinhança da localização considerada. Exemplos são a *filtragem* espacial de uma imagem e o cálculo de *declividade* de um MNT.

3. *zonais*: caso especial de (2), estas operações são definidas sobre regiões específicas de um geo-campo de entrada, onde as restrições são fornecidas por outro geo-campo temático. Um exemplo seria: "dada um mapa de solos e um mapa de declividade da mesma região, obtenha a declividade média para cada tipo de solo".

4. *propriedades*: operações que devolvem valores (escalares ou vetores) de um geo-campo ou um conjunto de geo-campos. Exemplos: "calcule a altitude média do terreno" e "obtenha o histograma de uma imagem".

[1]Estas operações podem involver modificação da topologia (e.g. uma reclassificação é usualmente combinada com uma junção topológica).

5.4.1 OPERAÇÕES PONTUAIS

Definição 5.1. Operações pontuais sobre geo-campos.

Seja uma região geográfica R e F_0, $F_1,\ldots,F_n$ conjuntos de geo-campos definidos sobre R, tais que o contradomínio das funções de todos os geo-campos em G_i é V_i, $i=0,\ldots n$.

Seja $\xi : V_1 \times \ldots \times V_n \rightarrow V_0$. A operação pontual Ξ: $F_1 \times \ldots \times F_n \rightarrow F_0$ induzida por ξ é tal que:

$\forall f_1 \varepsilon F_1, \ldots, f_n \varepsilon F_n$,

$\Xi(f_1, \ldots, f_n) = f_0 \Leftrightarrow f_0\ (p) = \xi\ (\lambda_1 (p), \ldots, \lambda_n (p)),\ \forall p\ \varepsilon\ R.$

Dependendo dos domínios e contradomínio dos mapas de geo-campos, podemos considerar diferentes possibilidades para Ξ :

- *Operações unárias*: a entrada é um único geo-campo. Também são chamados *operações de transformação*, pois a operação equivale a um mapeamento entre os contradomínio dos campos de entrada e saída.
- *Operações booleanos*: são utilizados em análise espacial qualitativa e geram um TEMÁTICO, a partir de regras aplicadas a geo-campos (que podem ser insrtâncias de TEMÁTICO, NUMÉRICO ou DADO_SENSOR_REMOTO). As regras especificam o conjunto de condições a ser satisfeitas para cada tema de saída.
- *Operações matemáticas*: funções aritméticas, logarítmicas e trigonométricas, aplicadas a MNTs e a DADO_SENSOR_REMOTO. Podem gerar MNT, DADO SENSOR REMOTO ou TEMÁTICOS.

Dentro dos operadores matemáticos, vale destacar as seguintes subclasses:

- *operações de processamento de dados de sensoriamento remoto*: subclasse de operadores matemáticos, onde a entrada é um DADO_SENSOR_REMOTO e a saída é um DADO_SENSOR_REMOTO.
- *operações de classificação de dados de sensoriamento remoto*: subclasse importante dos operadores matemáticos, onde as entrada são instâncias da classe DADO_SENSOR_REMOTO e a saída é um TEMÁTICO.

A tabela 5.1 descreve os principais tipos de operações pontuais unárias (também chamados operações de transformação).

TABELA 5.1

OPERAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO

F_1 - entrada	*F_2 - saída*	*Nome do Operação*
TEMÁTICO	MNT	Ponderação
TEMÁTICO	TEMÁTICO	Reclassificação
DADO SEN. REMOTO	TEMÁTICO	Fatiamento
MNT	TEMÁTICO	Fatiamento de classes

Alguns exemplos de operações de transformação:

- "Reclassificar um mapa de vegetação com as classes {Floresta Ombrófila Densa, Floresta Ombrófila Aberta, Campinarana, Floresta Estacional} em um mapa com as classes {Floresta Densa, Floresta Aberta}."
- "Obter um mapa hipsométrico a partir de um mapa de altimetria com o mapeamento { (0-300m) → Planície, (300-500m) → Planalto, (>500m) → Serras}".

A figura 5.1 mostra um exemplo do operações de ponderação (conversão de um mapa de solos em um mapa de solos ponderado). Neste caso, V_1 = { Le, Li, Ls, Aq }, V_2=[0.0,1.0] and ξ é o conjunto de pares ordenados {(Le→0.60), (Li→0.20), (Ls→0.35), (Aq→0.10)}.

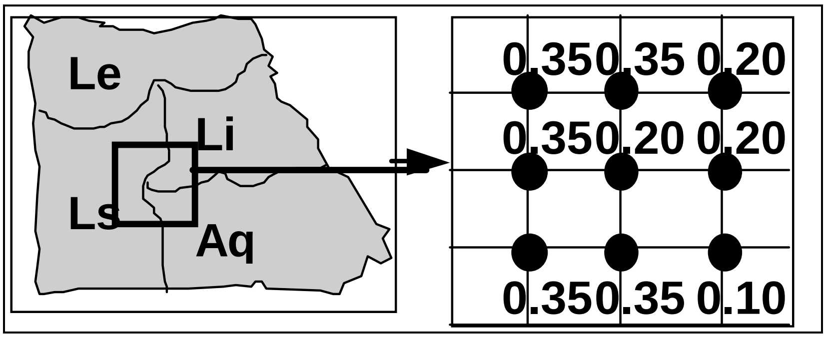


Figura 5.1 - Exemplo de operação de ponderação.

A figura 5.2 mostra um exemplo de um operação de fatiamento em classes (conversão de um MNT em um TEMÁTICO) onde um mapa de declividade em graus é convertido para um mapa de classes de declividade a partir da transformação { (0-9%) → "baixa"; (10-19%)→"média"; (acima de 20) → "alta"}.

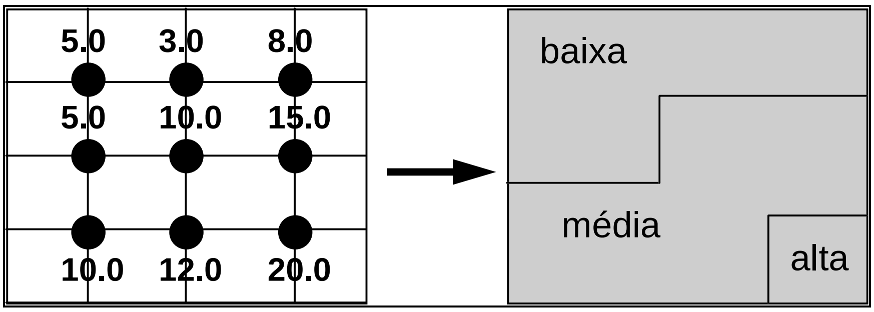


Figura 5.2 - Exemplo de operação de fatiamento em classes.

Como exemplo de *operação booleana*, tome-se o caso de determinar um mapa de aptidão agrícola, a partir dos mapas de solo, declividade, precipitação e do conjunto hipotético de regras expresso na tabela abaixo.

TABELA 5.2

REGRAS PARA APTIDÃO AGRÍCOLA

Aptidão Agrícola	*Solos*	*Precipitação média*	*Declividade*
Boa	Latosolo roxo ou Litossolo	> 100 mm	0-5%
Média	Cambissolo	100-50 mm	5-10%
Inapto	Aquoso	< 50 mm	>10%

Como exemplo de *operação matemática*, tome-se a figura 5.3, onde f_1 é um mapa de solos ponderado e f_2 é um mapa de declividade (a declividade é o módulo das derivadas parciais da altimetria). A operação

$$\lambda_{new}(p) = \lambda_1(p) + 1/\lambda_2(p)$$

poderia ser utilizada como passo intermediário ao calcular um mapa de adequação de solos (quanto maior o valor, mais adequado).

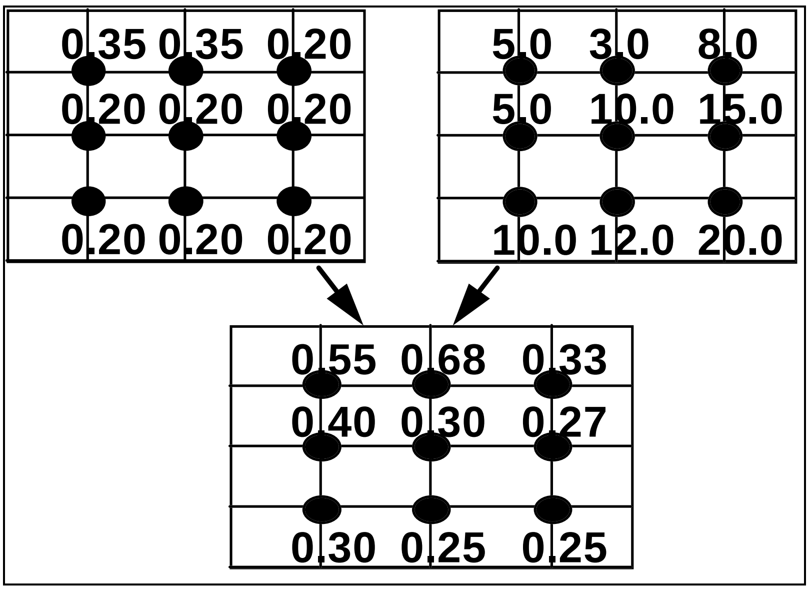


Figura 5.3 - Exemplo de uma operação matemática.

5.4.2 OPERAÇÕES DE VIZINHANÇA

Para definir as operações de vizinhança, é preciso introduzir os conceitos de região conectada, vizinhança e de tamanho de vizinhança.

Definição 5.2 Vizinhança em região geográfica.

Dada uma região geográfica *R*, um conjunto de pontos $P \in R$ é dito *conectado* se e somente se entre quaisquer dois pontos de P há uma linha ligando os dois pontos, inteiramente contida na região.

Dada uma região geográfica *R*, uma *vizinhança* é um mapeamento

$VL: R \rightarrow 2^R$, tal que $\forall p \in R$, $p \in VL(p)$ e $VL(p)$ é conectada.

Definição 5.3. Operações de Vizinhança em geo-campos.

Seja R uma região geográfica e sejam F_0 e F_1 conjuntos de geo-campos definidos sobre R e cujo contradomínio de suas funções é V_i, $i = 0, 1$.

Sejam $VL: R \rightarrow 2^R$ e $\upsilon: 2^{V_1} \rightarrow V_0$.

A operação de vizinhança $\Psi: F_1 \rightarrow F_0$ *induzida* por υ é tal que

$\forall f_1 \in F_1$, $\Psi(f_1) = f_0 \Leftrightarrow f_0(p) = \upsilon(\{\lambda_1(x) \mid x \in L(p)\}), \forall p \in R$.

Nesta classe de operações, dado um geo-campo f_1, o geo-campo de saída f_0 é computado baseado na dimensão e forma de uma vizinhança $L(p)$ em torno de cada localização p. Exemplos incluem:

- cálculos de valores *mínimo, máximo, médio, modal* para uma vizinhança em torno de um ponto.
- *filtros* para processamento de DADO SENSOR REMOTO.
- *métodos de interpolação espacial* para MNT (como médias por vizinho mais próximo).

- *mapas de declividade e exposição* para MNT.
- *índices de diversidade* para TEMÁTICO (onde o valor de saída está associada ao número de vizinhos de um ponto de entrada de uma classe que pertencem a classes distintas).

Como exemplo de operação de vizinhança, tomemos o caso do índice de diversidade, computado a partir de uma vizinhança 3 x 3 em torno de cada ponto. A idéia é que a biodiversidade de uma região é maior em áreas de contato ecológico entre regiões homogêneas. A figura 5.4 apresenta um mapa de vegetação e mostra o índice de diversidade computado para uma parte do mapa.

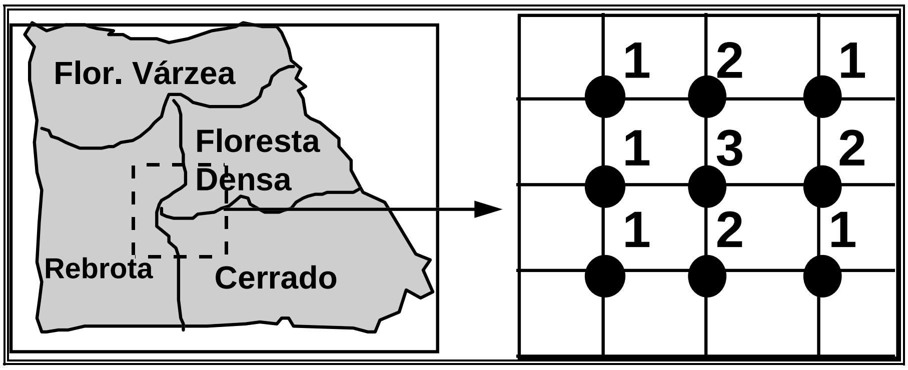


Figura 5.4 - Exemplo de operação “índice de diversidade”.

5.4.3 OPERAÇÕES ZONAIS

As operações zonais são sempre definidas sobre geo-campos das classes MNT ou DADO SENSOR REMOTO. Como a restrição desta operação pode ser um TEMÁTICO ou CADASTRAL, iremos considerar duas definições distintas. Nesta seção, apresentamos o caso de operações zonais onde a restrição é um TEMÁTICO. O segundo caso será discutido na seção 5.7.3 (Operações Mistas).

Inicialmente, precisamos definir o que entendemos por vizinhança zonal.

Definição 5.4 Vizinhança Zonal definida por um geo-campo temático.

Seja R uma região geográfica e F_t um conjunto de geo-campos definidos sobre R. Dado $f_t \varepsilon F_t$, a *vizinhança zonal de* f_t é um mapeamento $\mathbf{Z}[f_t]: R \rightarrow 2^R$, tal que:

$Z[f_t(p)] = C_p \Leftrightarrow p \varepsilon C_p$ e $(\forall p \varepsilon C_p, f_t(x) = f_t(p))$ e C_p é conectado e C_p é o maior subconjunto de R com tais propriedades.

Em outras palavras, uma região zonal em torno de um ponto de um temático é o conjunto de pontos a ele conectado que possui o mesmo valor.

Definição 5.5. Operações zonais sobre geo-campos com restrição por mapa temático.

Seja R uma região geográfica e sejam F_1 e F_t conjuntos de geo-campos definidos sobre R, onde F_t é um geo-campo temático.

Seja $f_t \varepsilon F_t$ e $\mathbf{Z}[f_t]: R \rightarrow 2^R$ a vizinhança zonal de f_t. Seja υ uma função cujo domínio é 2^R. A operação zonal Γ: $F_1 \rightarrow F_1$ *induzida* por υ é tal que,

$\forall f_1 \varepsilon F_1, \Gamma(f_1) = f_2 \Leftrightarrow f_2(p) = \upsilon(\{\lambda_1(x) \mid x \varepsilon Z[f_t(p)]\}), \forall p \varepsilon R.$

No caso de operadores zonais, um temático é utilizado para definir uma região de interesse aonde é computada a função. Os operadores zonais incluem:

- *Média, máximo e mínimo* e *desvio padrão* dos valores sobre uma região especificada.

- *Índice de variedade* dos valores, onde cada valor no mapa de saída será computado a partir do número de valores diferentes do geo-campo de entrada que perrtencem a uma mesma região zonal.

Consideremos, por exemplo, a operação MÁXIMO ZONAL, onde tomamos um TEMÁTICO como restrição sobre um MNT, e retornamos o maior valor do MNT para cada tema (vide Figura 5.5).

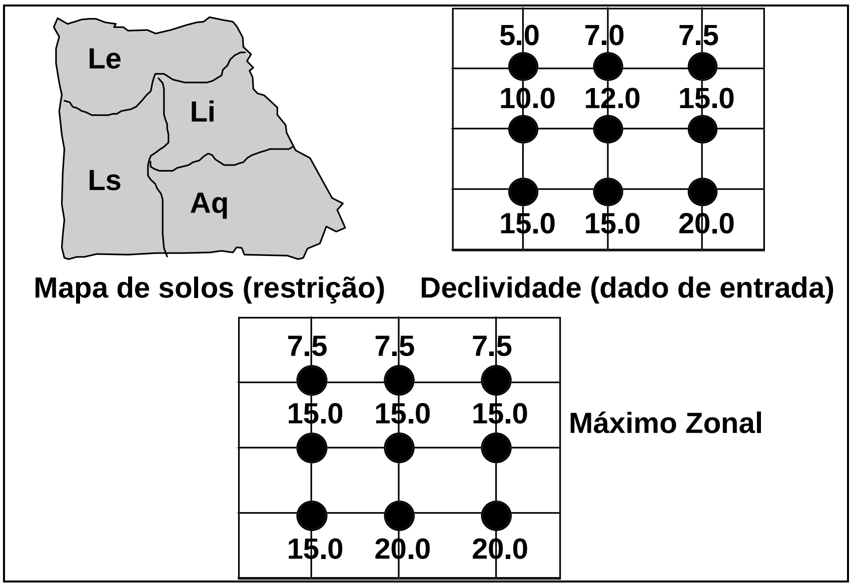


Figura 5.5 - Operação de máximo zonal.

5.4.4 PROPRIEDADES DE GEO-CAMPOS

As operações de propriedades sobre geo-campos podem ser divididas em três sub-grupos: propriedades pontuais, locais e zonais. A definição formal de cada uma destas é análoga às anteriores, com a diferença que a saída é um valor (ou conjunto de valores). Exemplos incluem cálculos estatísticos globais em um geo-campo: *média, mínimo, máximo, desvio padrão e histograma*.

5.5 RELACIONAMENTOS ESPACIAIS ENTRE GEO-OBJETOS

Em nosso modelo, os geo-objetos estão sempre associados a representações gráficas 2D (*pontos, linhas e regiões*). Como as operações da álgebra de geo-objetos podem envolver restrições espaciais, será fundamental caracterizar os relacionamentos espaciais, que podem ser divididos em (Güting, 1994):

- *relacionamentos topológicos*, tais como "dentro de" e "adjacente a", invariantes a transformações biunívocas e bicontínuas (como as de escala, translação e rotação). Uma análise formal desta classe de relacionamentos foi proposta for Clementini et al. (1993), baseado no trabalho de Egenhofer e Herring(1990); tal proposta foi aprimorada pelo autor e está apresentada no que segue.

- *relacionamentos direcionais*, como "acima de" e "ao lado de". Há uma grande variedade de propostas para este tipo de operadores, mas há pouca formalização neste campo.

- *relacionamentos métricos*, derivados das operações de *distância* e *direção*. O cálculo destas operações pressupõe sempre a existência de um espaço métrico, o que pode não ser sempre o caso.

Os relacionamentos direcionais representam um campo muito mais amplo para escolha de operadores do que os relacionamentos topológicos. Estamos diante de conceitos onde aspectos cognitivos (modelos de funcionamento da mente humana) devem ser levados em conta. Estudos recentes sobre o tema indicam que a formulação de conceitos espaciais pode variar de cultura para cultura (Frank and Mark, 1991).

A definição de um conjunto mínimo de operadores é objeto de muito debate na literatura:

- Freeman (1975) define um conjunto de 13 operadores: "à esquerda de", "à direita de", "acima" (mais alto que, sobre), "abaixo" (sob), "atrás", "próximo a", "longe de", "ao lado de" (adjacente a), "tocando", "dentro de", "fora de", "entre".

- Feutchwangler (1989) lista seis: "adjacência", "proximidade", "subdivisão", "sobreposição", "vizinho mais próximo" e "sub-região".
- Egenhofer e Herring (1987) usaram "disjunto", "encontram", "igual", "dentro de", "contém", "cobre", "coberto por" e "sobreposição".
- Clementini et al. (1993) indicam cinco relacionamentos: "dentro de", "superposto a", "tocando", "cruzando" e "disjunto".

Dada a variedade de propostas, o esforço para formalizar os relacionamentos espaciais é parte fundamental da proposta de uma álgebra de geo-objetos. Para um conjunto bem-definido de objetos geográficos (casos "simples" de regiões sem buracos e linhas contínuas), a próxima seção apresenta um formalização para os relacionamentos topológicos.

5.5.1 FORMALIZAÇÃO DE RELACIONAMENTOS TOPOLÓGICOS

Apresenta-se nesta seção uma análise dos relacionamentos topológicos entre elementos do tipo ponto-linha-área, baseado nos trabalhos de Egenhofer (Egenhofer and Franzosa, 1991; Egenhofer and Herring, 1992) e Clementini et al. (1993).

Utilizamos os termos propostos por Clementini et al. (1993) que, a partir da análise das configurações possíveis entre os elementos ponto-linha-área, propõem cinco nomes para os relacionamentos topológicos: *touch, in, cross, overlap* e *disjoint*. No entanto, a metodologia usada para derivar as definições destes termos é mais rigorosa que o deste autor. No Apêndice 1, apresenta-se a prova de completeza destas definições, e cada caso possível de relacionamento é apresentado e classificado.

Consideramos que os elementos do espaço podem ser entendidos como *conjuntos de pontos* e os relacionamentos são formulados em termos de pontos, linhas e áreas "simples":

- o espaço topológico é o R^2;
- um área é um conjunto de pontos 2D com um interior conectado, denotado por A^o, uma fronteira conectada, denotada por δA, e um único

exterior conectado, denotado por Â. Assim, as áreas consideradas não tem "buracos";

- as linhas são conjunto de pontos conectados, que podem ser ilhas (linhas circulares) ou possuem um ponto inicial e um ponto final distintos. A fronteira de uma linha (δL) é o conjunto vazio no caso de uma linha circular (ilha), e o conjunto dos pontos inicial e final nas demais situações. O interior (L^{o}) de uma linha são os demais pontos.

- os elementos pontuais contém apenas um ponto. A fronteira δP de um ponto é sempre vazia.

Para caracterizar os relacionamentos entre dois elementos gráficos A e B do R^2, (Egenhofer and Franzosa, 1991) propõem o uso de uma matriz 2 x 2, chamada *matriz de 4-intersecções*, que apresenta as relações topológicas binárias entre as fronteiras e o interior de A e as fronteiras e o interior de B:

$$\begin{bmatrix} \delta A \cap \delta B & \delta A \cap B^{o} \\ A^{o} \cap \delta B & A^{o} \cap B^{o} \end{bmatrix}$$

Considerando os valores "vazio" ($\varnothing$) e "não-vazio" ($\neg\varnothing$), para cada uma dos elementos da matriz, pode-se distinguir os relacionamentos entre os elementos gráficos.

A matriz de 4-intersecções é capaz de modelar os relacionamentos entre duas áreas (sem "buracos"). Para o caso dos relacionamentos entre linhas e áreas, esta matriz é incapaz de diferenciar entre situações distintas. Por exemplo, os relacionamentos da figura 5.6 abaixo entre uma linha L e uma área A tem a mesma matriz de 4-intersecções, apesar de representar situações distintas ("inclusão" e "cruzamento").

$$\begin{bmatrix} \delta L \cap \delta A & \delta L \cap A^o \\ L^o \cap \delta A & L^o \cap A^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \emptyset & \neg\emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset \end{bmatrix}$$

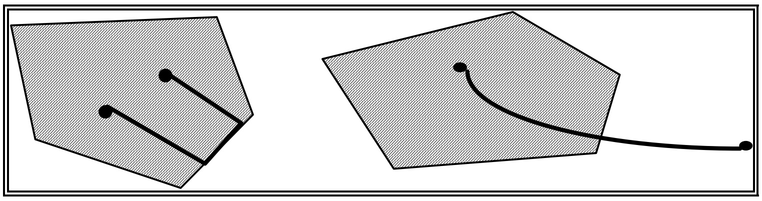


Figura 5.6 - Topologias linha-área com mesma matriz de 4-intersecções.

Em casos como este, será preciso também considerar o resultado da operação de intersecção entre os conjuntos de pontos que compõem a linha e a área. Se esta intersecção foi exatamente o conjunto de pontos que constitui a linha, então teremos o caso de "inclusão". Caso contrário, ocorre a situação de "cruzamento".

Igual consideração pode-se fazer para as relações "superposição" e "cruzamento" entre linhas, como ilustrado na figura 5.7. A matriz de 4-intersecções para os dois exemplos é

$$\begin{bmatrix} \delta L_1 \cap \delta L_2 & \delta L_1 \cap L_2^o \\ L_1^o \cap \delta L_2 & L_1^o \cap L_2^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \neg\emptyset \end{bmatrix}$$

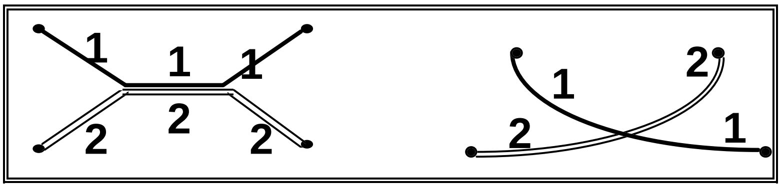


Figura 5.7 - Topologias linha-linha cujas matrizes de 4-intersecções são iguais.

Para distinguir entre os casos de "superposição" e "cruzamento", será preciso lançar mão da idéia de dimensão da intersecção entre seus interiores, definida como se segue.

Definição 5.6 Dimensão de um conjunto de pontos

A *dimensão* de um conjunto de pontos ω é dada por:

$\dim(\omega) = \emptyset \Leftrightarrow \lambda = \emptyset$;

$\dim(\omega) = 0 \Leftrightarrow \omega$ contém pelo menos um ponto

e nenhuma linha ou área;

$\dim(\omega) = 1 \Leftrightarrow \omega$ contém pelo menos uma linha e nenhuma área;

$\dim(\omega) = 2 \Leftrightarrow \omega$ contém pelo menos um elemento do tipo área.

No exemplo da figura 5.7, a dimensão da intersecção entre os interiores dos dois conjuntos - $\dim(L_1^{o} \cap L_2^{o})$ - é igual a um (1) no caso de "superposição" entre as linhas e zero (0) no caso de "cruzamento".

5.5.2 RELACIONAMENTO "TOCA"

Definição 5.7. Relacionamento "toca"

O relacionamento *toca* (aplicável a área/área, linha/área, linha/linha, ponto/área, ponto/linha) é tal que

ω_1 *toca* $\omega_2 \Leftrightarrow (\omega_1 \cap \omega_2 \neq \emptyset) \wedge (\omega_1^{o} \cap \omega_2^{o} = \emptyset)$.

Diz-se que um conjunto de pontos ω_1 *toca* outro conjunto ω_2 se a única coisa em comum entre eles está contida na união de suas fronteiras, como ilustram os exemplos da figura 5.8.

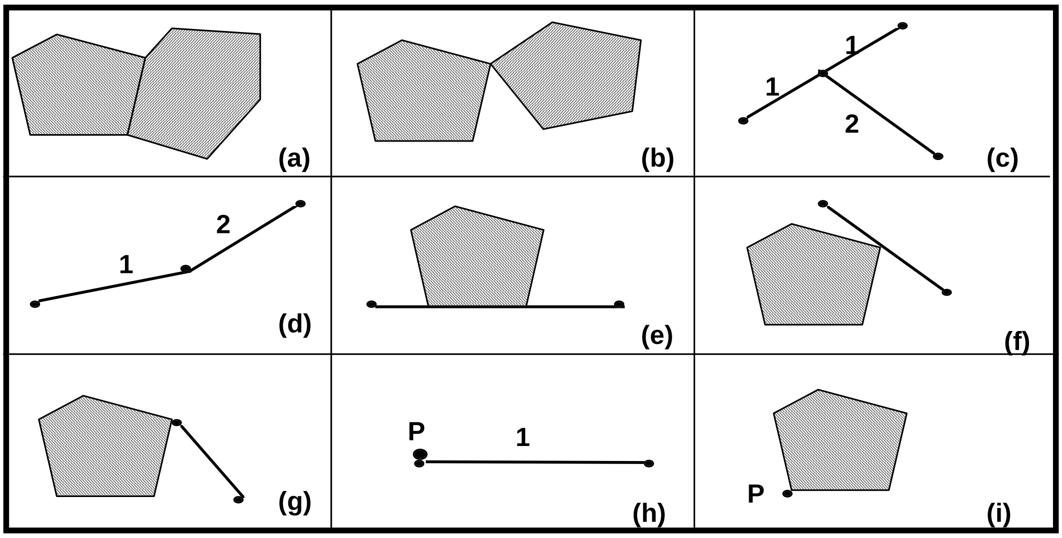


Figura 5.8 - Exemplos de situações topológicas que ilustram o relacionamento *toca*, no caso de duas áreas (a, b), duas linhas (c, d), linha e área (e, f, g), um ponto e uma linha (h) e um ponto e uma área (i). Adaptado de Clementini et al. (1993).

5.5.3 *RELACIONAMENTO "DENTRO DE"*

Definição 5.8. Relacionamento "dentro de"

O relacionamento *dentro de* (aplicável a situações área/área, linha/área, ponto/área e ponto/linha) é tal que:

ω_1 *dentro de* $\omega_2 \Leftrightarrow \omega_1 \cap \omega_2 = \omega_1$.

Diz-se que um conjunto de pontos ω_1 *está dentro de* outro conjunto ω_2 quando a intersecção dos dois conjuntos de pontos é o próprio ω_1 (vide figura 5.9).

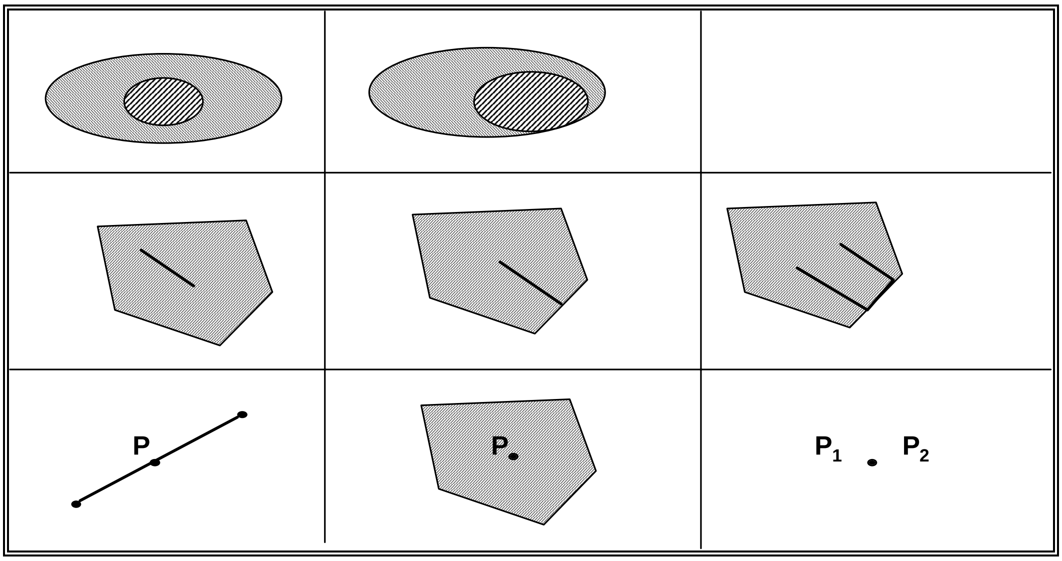


Figura 5.9 - Exemplos do relacionamento “dentro de” (contido em)

5.5.4 RELACIONAMENTO CRUZA

Definição 5.9 Relacionamento “cruza”

O relacionamento *cruza* (aplicável aos casos linha/área e linha/linha) é tal que:

L *cruza* A $\Leftrightarrow$ $(L^o \cap A^o \neq \emptyset) \wedge ((L \cap A) \neq L)$

L_1 *cruza* L_2 $\Leftrightarrow$ $(L_1^o \cap L_2^o \neq \emptyset) \wedge (\dim (L_1 \cap L_2) = 0)$

Duas linhas se *cruzam* se sua intersecção ocorre em ponto interno de ambas (note-se que a interseção de seus pontos limites será definida como *touch*); de forma similar, uma linha cruza uma área se o interior da linha está parcialmente interno e parcialmente externo a esta área. Veja-se os exemplos da figura 5.10.

5.5.5 RELACIONAMENTO SOBREPÕE

Definição 5.10. Relacionamento "sobrepõe"

O relacionamento *sobrepõe*, aplicável a situações entre área/área, linha/linha e ponto/ponto, é tal que:

ω_1 *sobrepõe* $\omega_2 \Leftrightarrow (\omega_1^{o} \cap \omega_2^{o} \neq \varnothing) \wedge (\dim(\omega_1^{o} \cap \omega_2^{o}) = \dim(\omega_1^{o}))$

Diz-se que dois conjuntos de pontos ω_1 e ω_2 possuem *sobreposição* quando o resultado de sua intersecção é uma figura da mesma dimensão de ambos. Este relacionamento é aplicável a apenas a casos de elementos homogêneos. Veja-se os exemplos da figura 5.10.

5.5.6 RELACIONAMENTO DISJUNTO

Definição 5.11 Relacionamento "disjunto"

O relacionamento *disjunto* vale em todas as situações e é tal que:

ω_1 *disjunto* $\omega_2 \Leftrightarrow \omega_1 \cap \omega_2 = \varnothing$

Duas figuras são disjuntas se sua intersecção é vazia, vide figura 5.10.

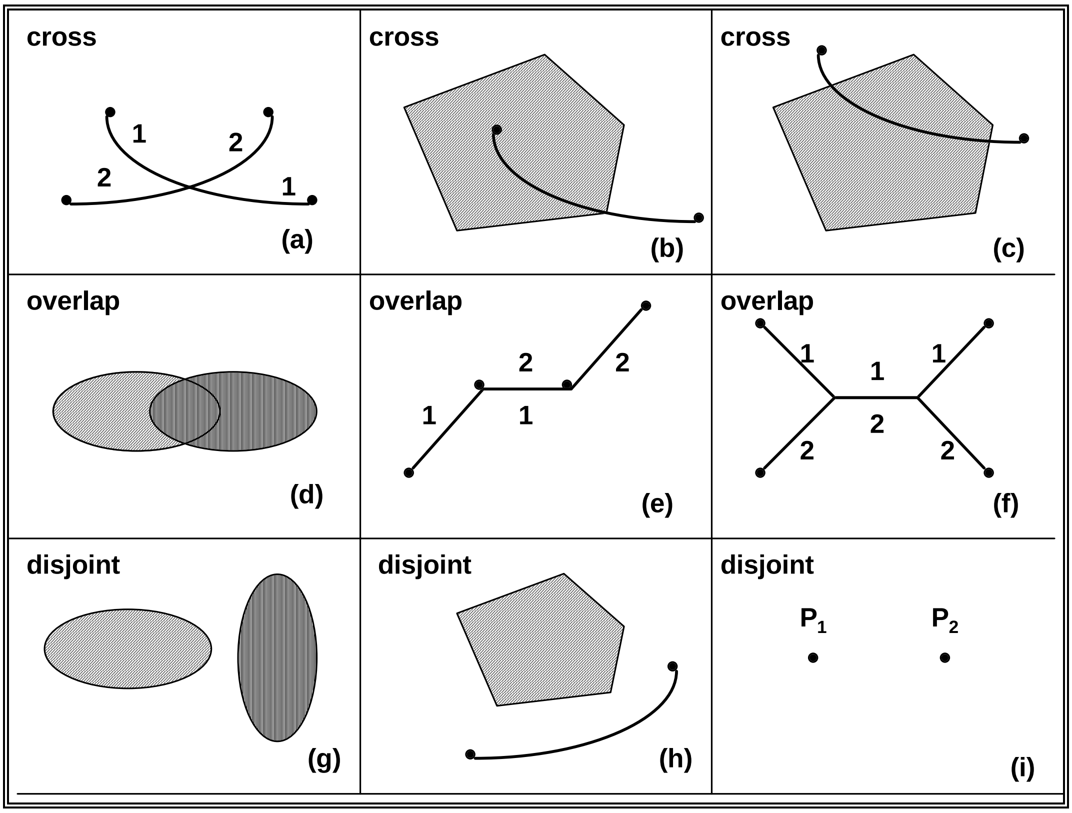


Figura 5.10 - Exemplos de relacionamentos:

1. *Cruza* entre duas linhas (a), linha e área (b, c).
2. *Sobrepõe* entre duas áreas (d), duas linhas (e, f).
3. *Disjunto* entre duas áreas (g), linha e área (h), dois pontos (i).

(Adaptado de Clementini et al. (1993))

5.6 OPERAÇÕES SOBRE GEO-OBJETOS

As operações sobre geo-objetos incluem:

1. *restrições sobre atributos*: computados em função das atributos de entidades espaciais (e.g. "selecione todas as cidades de Alagoas com mortalidade infantil maior que 100%% ?").
2. *restrições espaciais:* derivados a partir dos relacionamentos *topológicos* das entidades geográficas (e.g. "dê-me todos as escolas municipais do bairro Jardim Satélite"), de *direção* ("ao norte de", "acima de") ou *métricos* (e.g. "dê-me todas as escolas a menos de 500 m da Via Dutra").
3. *propriedades de geo-objetos*: os resultados correspondem a predicados de um geo-objeto ou de um conjunto de geo-objetos (e.g. "calcule a média do valor venal das casas do bairro Jardim Esplanada" ou "indique o caminho ótimo para o ônibus que vai do Centro ao Jardim Uirá").

Estas operações utilizam as primitivas definidas anteriormente: as relações topológicas *toca, dentro de, disjunto, cruza e sobrepõe*, as relações métricas unárias (comprimento, área, perímetro) e binárias (distância, direção).

5.6.1 SELEÇÃO POR ATRIBUTOS

Definição 5.12 Seleção por atributos

O operador de seleção por atributos σ sobre um conjunto homogêneo *GO*, dada uma restrição ρ baseada apenas nos atributos descritivos de *GO*, é tal que:

$$\sigma_{\rho}(GO) = \{ go \in GO \mid \rho(go) \}.$$

Esta é operação semelhante à seleção da álgebra relacional, como indica o exemplo: "Recupere as cidades do Estado de São Paulo com população entre 100.000 e 500.000 habitantes".

5.6.2 SELEÇÃO ESPACIAL

Para definir as operações de consulta espacial, é necessário lançar mão do conceito de compatibilidade de predicado espacial.

Definição 5.13 Predicado espacial computável

Dados uma região geográfica *R*, um conjunto de geo-objetos *GO* e um objeto cadastral *oc* =[R,*GO, geo*], um *predicado espacial* ξ *sobre* go_1 *e* go_2 *computável em oc* é uma restrição espacial, definida através de um relacionamento topológico (*inside, touch, cross, overlap* e *disjoint*) ou de um relacionamento métrico (*distância*), entre as representações $geo(go_1)$ e $geo(go_2)$ destes geo-objetos no objeto cadastral *oc*.

Por extensão, dada uma região geográfica *R*, dois conjuntos de geo-objetos GO_1 e GO_2 e dois objetos cadastrais $oc_1 = [R, GO_1, geo_1]$ e $oc_2 = [R, GO_2, geo_2]$, um *predicado espacial* ξ *sobre* $go_1 \in GO_1$ *e* $go_2 \in GO_2$ *computável em* (oc_1, oc_2) é uma restrição espacial, definida através de um relacionamento topológico ou métrico, entre as representações $geo_1(go_1)$ e $geo_2(go_2)$ destes geo-objetos, respectivamente, nos objetos cadastrais oc_1 e oc_2.

Intuitivamente, os predicados espaciais que utilizaremos em nossas operações envolvendo geo-objetos são assertivas do tipo "rio que cruza o município de São José dos Campos, no mapa do Vale do Paráiba".

Definição 5.14. Seleção espacial

Seja uma região geográfica *R* e um conjunto de geo-objetos *GO*. Seja ainda um objeto cadastral *oc*=[R,*GO,geo*], que mapeia objetos de *GO* numa região geográfica *R*. Dado um *predicado espacial* ξ computável em *oc*, o operador de seleção espacial $\varphi : GO \rightarrow GO$ é tal que:

$$\varphi_\xi(GO) = \{\, go \in GO \mid \xi(geo(go)) \,\}.$$

O resultado desta operação é um subconjunto do conjunto original, composto de todos os geo-objetos que satisfazem o predicado geométrico, como ilustrado no exemplo:

- "selecione todas as regiões da França adjacentes à região de Midi-Pirenées (que contém a cidade de Toulouse)".

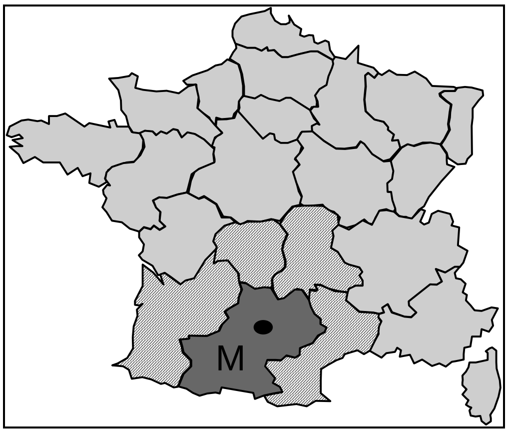


Figura 5.11 - Exemplo de operação de seleção espacial.

5.6.3 JUNÇÃO ESPACIAL

Definição 5.15. Junção Espacial

Seja uma região geográfica R e dois conjuntos de geo-objetos GO_1 e GO_2. Seja ainda dois objetos cadastrais oc_1 e oc_2 que mapeiam, respectivamente, objetos de GO_1 e GO_2 numa região geográfica R. Seja ainda um predicado espacial ξ computável em (oc_1, oc_2).

A operação de junção espacial θ: $GO_1 \times GO_2 \rightarrow GO_1 \times GO_2$ é tal que:
$\theta_\xi (GO_1,GO_2) = \{ (go_1, go_2)\ \varepsilon\ (GO_1, GO_2) \ |\ \xi\ (geo_1(go_1),\ geo_2(go_2)) \}$.

O termo *junção espacial* é empregado por analogia à operação de *junção* em banco de dados convencionais e denota o conjunto de operações onde ocorre a comparação entre dois conjuntos de objetos, baseado num predicado espacial computado sobre suas representações. Exemplos:

- "Para cada estrada da Amazônia, ache as reservas indígenas a menos de 5 km de uma estrada".

- "Para as cidades do sertão cearense, ache quais estão a menos de 10 km de algum açude com capacidade de mais de 50.000 m^3 de água".

O resultado é uma *coleção de objetos e valores*, que satisfazem a restrição espacial. No primeiro exemplo, a resposta é um conjunto de pares (reserva, estrada) no segundo um conjunto de pares (cidade, açude).

5.6.4 PROPRIEDADES DE GEO-OBJETOS

Neste caso, estão incluídos os operadores matemáticos tradicionais sobre os atributos dos geo-objetos (tais como média e desvio padrão) e também os operadores métricos (área e perímetro). Exemplos seriam:

- "Para as fazendas do Rio Grande do Sul, calcule a área média e o valor médio de ITR pago por cada uma".

"Liste os dez maiores consumidores de energia elétrica de Fortaleza".

5.7 OPERAÇÕES ENTRE GEO-CAMPOS E GEO-OBJETOS

Analisaremos a seguir as as operações que combinam geo-campos e geo-objetos, que apresentam particular interesse pois representam o vínculo entre as duas visões de dados em Geoprocessamento. Como os trabalhos da literatura abordam as operações geográficas privilegiando um dos pontos de vista, a ligação entre geo-campos e geo-objetos é tema ainda pouco explorado.

5.7.1 GERAÇÃO DE GEO-OBJETOS A PARTIR DE GEO-CAMPOS

Definimos ainda duas grandes classes de operações: a operação de identificação e a operação de intersecção espacial.

Definição 5.16 Identificação.

Dada uma região geográfica *R*, seja *F* um conjunto de geo-campos temáticos definido sobre *R,* tal que o contradomínio das funções de todos os geo-campos em *F* é *V*.

Seja ainda um conjunto de geo-objetos $GO \subseteq A_1 \times \ldots \times A_n \times 2^R$, cujo domínio do i-ésimo atributo $D(A_i)$ é V_i e cujos membros possuem localização em *R,* através de um objeto cadastral $oc = [R, GO, geo]$, que mapeia objetos de *GO* em *R.*

A operação de identificação $\vartheta: G \rightarrow GO$ induzida por *oc* é definida por:

$\forall f \varepsilon F, \vartheta_{oc}(f) = GO \Leftrightarrow \forall go \; \varepsilon \; GO, go = [a_1,..,v,...,a_n, geo(go)]$, e

$geo(go) = \{ p \; \varepsilon \; R \mid f(p) = v \}$.

Em outras palavras, a operação de identificação transforma um geo-campo temático em um objeto cadastral, que mapeia um conjunto de geo-objetos tais que um dos atributos de cada geo-objeto é o valor de geo-campo temático. O objeto cadastral terá a mesma representação geométrica do geo-campo temático que o originou.

Definição 5.17 Intersecção Espacial

Dada uma região geográfica R, sejam $F_1,...,F_n$ conjuntos de geo-campos definidos sobre R, tais que o contradomínio das funções de todos os geo-campos em F_i é V_i, $i=1,...m$.

Seja ainda um conjunto de geo-objetos $GO \subseteq V_1 \times ... \times V_m \times A_{m+1} \times ... A_n \times 2^R$, cujos domínios de atributos $D(A_i)$ são V_i, $i=1,...m$, e cujos membros possuem localização em R, através de um objeto cadastral $oc = [R, GO, geo]$, que mapeia objetos de GO em R.

A operação de intersecção espacial $\otimes$: $F_1 \times ... \times F_n \rightarrow GO$ induzida por oc é definida por:

$\forall f_1 \varepsilon F_1,..., f_n \varepsilon F_{1n}$,

$\otimes_{oc}(f_1, f_2, ..., f_n) = GO \Leftrightarrow \forall go \varepsilon GO, go = [v_1,...,v_m, a_{m+1},..,a_n, geo(go)]$, e

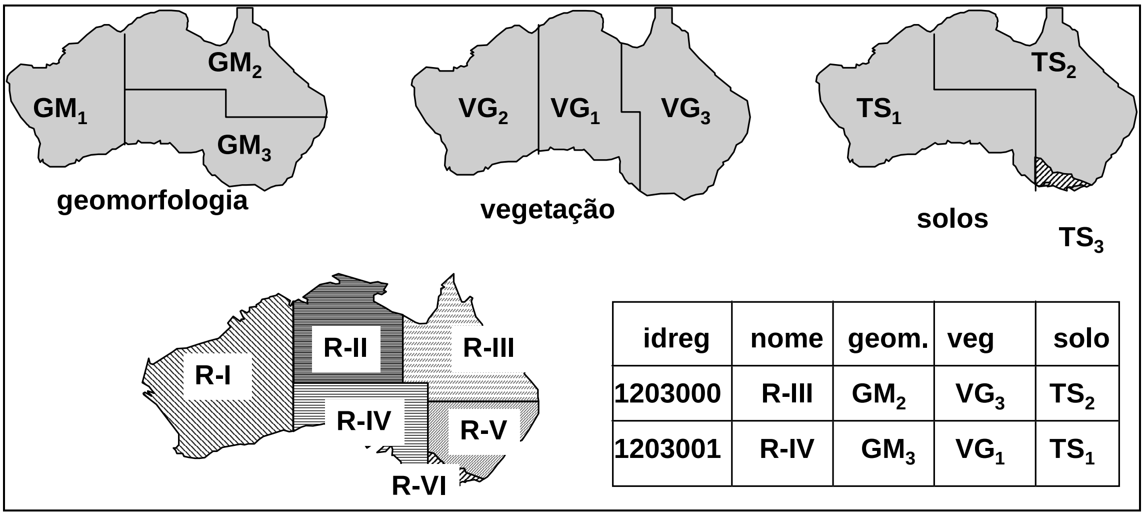
$geo(go) = \{ p \varepsilon R \mid f_1(p) = v_1 \wedge ... f_n(p) = v_n \}$.

Esta classe de operações produz um *objeto cadastral* (e um conjunto de geo-objetos associados) a partir da *intersecção espacial* de um conjunto de geo-campos. Esta situação é típica de aplicações de *zoneamento*[2], quando se faz a intersecção entre mapas temáticos para obter regiões homogêneas.

Quando um objeto cadastral (e um conjunto de geo-objetos nele representado) é criado a partir da intersecção de geo-campos, cada geo-objeto resultante terá, como seus atributos descritivos, os valores de cada geo-campo de entrada (constante para cada geo-objeto). Veja-se o exemplo:

- "Determine as regiões homogêneas da Austrália, como cruzamento dos mapas de vegetação, geomorfologia e solos." (Figura 5.12).

[2]Este exemplo (e toda a teoria de geração de mapas de geo-objetos a partir de geo-campos) foram inspirados pelo trabalho das equipes do IBGE, lideradas pela prof. Tereza Cardoso, que desenvolveu a metodologia do programa de Zoneamento econômico-ecológico.



idreg	nome	geom.	veg	solo
1203000	R-III	GM_2	VG_3	TS_2
1203001	R-IV	GM_3	VG_1	TS_1

Figura 5.12 - Exemplo de interseção espacial.

Nesta operação, pode ser conveniente permitir ao usuário que forneça um nome ("label") que identifique a região. O atributo "nome" da tabela apresentada na figura seria então gerado pelo usuário, de forma individual para cada geo-objeto.

Na literatura, a *intersecção espacial* é muitas vezes classificada erroneamente como "um tipo particular de junção espacial" (cf. Güting, 1994). Como vimos anteriormente, a operação de *junção espacial* parte de dois conjuntos de geo-objetos e produz, como resultado, pares de geo-objetos já existentes que satisfazem à restrição desejada. A intersecção espacial cria novos geo-objetos a partir de geo-campos.

Deste modo, embora haja semelhanças entre os algoritmos gráficos utilizados para implementá-las, a operação de intersecção espacial ("*overlay*") é conceitualmente diferente dos casos de *operações booleanas* entre geo-campos e *operações de junção espacial* entre geo-objetos[3].

[3]Muitos sistemas comerciais (orientados para as estruturas gráficas) utilizam a mesma função ("overlay") para implementar as três operações.

5.7.2 GERAÇÃO DE GEO-CAMPOS A PARTIR DE GEO-OBJETOS

A partir de atributos (descritivos ou espaciais) de conjuntos de geo-objetos, pode-se gerar geo-campos. O novo mapa representa *uma restrição espacial definida a partir de um geo-objeto* ou *a variação de um atributo do conjunto de geo-objetos,* como ilustram os exemplos:

- "Gere um mapa das distâncias a partir da via Dutra na região de São José dos Campos." (operação de *mapas de distância*).
- "para este conjunto de lotes, calcule um temático a partir do valor venal do terreno com as classes: temas A (até R$ 300), B (de R$ 300 a 1.000), C (de R$ 1.000 a R$ 4.000) e D (mais de R$ 4.000)." (operação de *reclassificação por atributos*).

Definição 5.18 Mapas de distância.

Seja uma região geográfica *R* e *F* um conjunto de geo-campos definido sobre *R* tal o contradomínio de suas funções é $\Re+$. Seja ainda um conjunto de geo-objetos *GO*, e um objeto cadastral *oc* = *[R, GO, geo]*, que mapeia objetos de *GO* em *R*.

A operação de mapas de distância Δ: $GO \rightarrow G$ induzida por *oc* é tal que, dado o predicado espacial métrico *dist* computável em *oc* e um objeto *go* ε *GO:*

$\Delta_{oc}(go) = f \Leftrightarrow \forall p \ \varepsilon \ R, \ f(p) = dist(p, geo(go))$.

Um *mapa de distâncias* é um mapa de geo-campos contendo as distâncias de cada ponto do mapa a um geo-objeto de referência (representado por um ponto, linha ou região). Trata-se de operação puramente geométrica (espacial). A figura 5.13 ilustra esta operação.

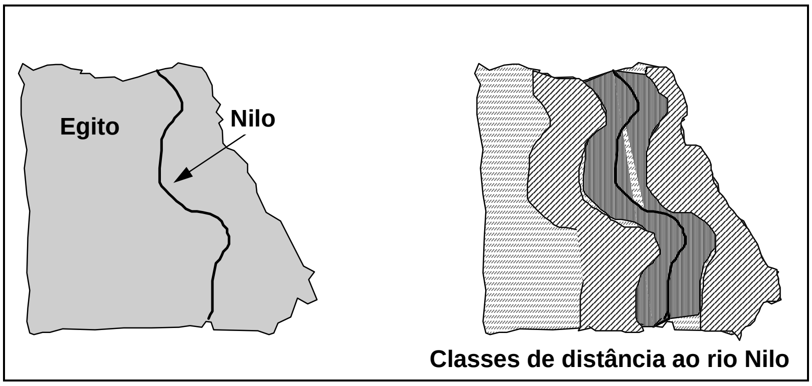


Figura 5.13 - Exemplo de mapa de distâncias.

Definição 5.19. Reclassificação por atributos

Seja uma região geográfica R, um conjunto de geo-objetos $GO \subseteq D(A_1) \times \ldots \times D(A_n) \times 2^R$, e um objeto cadastral $oc = [R, GO, geo]$, que mapeia objetos de GO em R.

Seja F um conjunto de geo-campos definido sobre R, tal que o contradomínio das funções de todos os geo-campos em F é $D(A_i)$, onde A_i é o i-ésimo atributo de GO.

A operação de reclassificação por atributos Ω: $GO \rightarrow F$ induzida por oc é tal que:

$$\Omega_{oc}(GO) = f_0 \Leftrightarrow (\forall go \in GO, f_0(geo(go)) = go.A_i)$$

Alguns autores chamam a esta operação de *fusão* (Güting, 1994). A partir dos valores de um atributo específico dos geo-objetos de um mapa, obtém-se um geo-campo com a distribuição espacial deste atributo. Pode haver necessidade de recalcular a topologia do mapa resultante pois algumas regiões serão combinadas. Veja-se o exemplo ilustrado na figura 5.14:

"Para todos os países da América do Sul, gere um geo-campo temático com o crescimento demográfico de cada país, dividido em classes: { (de 0 a 2% ao ano), (de 2 a 3% a.a.), (mais de 3% a.a.)}."

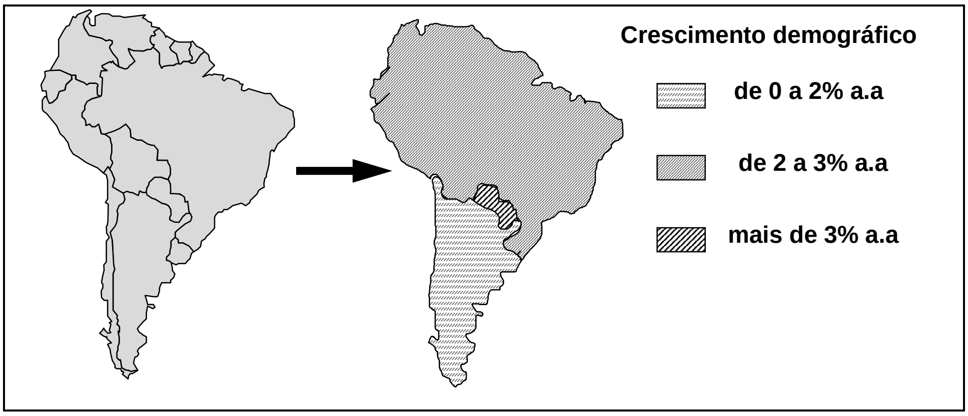


Figura 5.14 - Exemplo de *reclassificação por atributo*.

5.7.3 OPERAÇÕES MISTAS

Um conjunto importante de operações involve operações sobre geo-campos aonde as restrições são dadas por geo-objetos (e vice-versa). No primeiro caso, pode-se pensar numa variante das *operações zonais* e no segundo, num outro tipo de junção espacial. Damos a seguir dois exemplos e a seguir a definição formal do primeiro caso (o segunda definição é análoga às anteiriores).

1. *Operações zonais sobre geo-campos onde ge-objetos são restrições*: "Dados a altimetria e o mapa de municípios do Vale do Paraíba, crie um novo mapa aonde cada munícipio será representado por sua altitude média".
2. *Operações de seleção espacial aonde geo-campo é restrição:* "Dado um mapa de solos e um mapa de rios do Paraná, indique todos os rios que cruzam áreas com solos podzólicos".

Inicialmente, definimos o que entendemos por vizinhança zonal obtida a partir de um objeto cadastral.

Definição 5.20 Vizinhança Zonal obtida a partir de um objeto cadastral.

Seja R uma região geográfica, um conjunto de geo-objetos $GO \subseteq D(A_1) \times \ldots \times D(A_n) \times 2^R$, e um objeto cadastral $oc = [R, GO, geo]$, que mapeia objetos de GO em R.

A *vizinhança zonal de oc* é um mapeamento $Z_{oc} : R \rightarrow 2^R$, tal que:

$\forall\, p \in R$, $Z_{oc}(p) = C_p \Leftrightarrow p \in C_p$, $(\exists\, go \in GO \mid C_p = geo(go))$, C_p é conectado e C_p é o maior subconjunto de R com tais propriedades.

Em outras palavras, uma região zonal induzida por um geo-objeto é o conjunto de pontos de um temático é o conjunto de pontos a ele conectado que possui o mesmo valor.

A noção de vizinhança zonal obtida a partir de um objeto cadastral nos permitirá gerar a definição seguinte.

Definição 5.21. Operações zonais sobre geo-campos onde a restrição é um geo-objeto.

Seja uma região geográfica R, e F um conjunto de geo-campos definido sobre R, tal que o contradomínio das funções de todos os geo-campos em F é V.

Seja um conjunto de geo-objetos $GO \subseteq D(A_1) \times \ldots \times D(A_n) \times 2^R$, e um objeto cadastral $oc = [R, GO, geo]$, que mapeia objetos de GO em R.

Seja $\upsilon : V \rightarrow V$. A operação zonal Γ_o: $F \times GO \rightarrow F$ *induzida* por oc e υ é tal que :

$\forall f_1 \in F,\ \Gamma_o(f_1, GO) = f_2 \Leftrightarrow f_2(p) = \upsilon\ \{Z_{oc}(p)\}$.

5.8 RESUMO DAS OPERAÇÕES SOBRE GEO-CAMPOS E GEO-OBJETOS

Apresentamos a seguir um resumo das operações propostas, aplicáveis a geo-campos e geo-objetos, na Tabela 5.3. Estão indicados, para cada operação: a classe dos objetos de entrada e de sáida, e dos objetos modificadores (quando cabível). Indicamos ainda as restrições de cada operação.

TABELA 5.3

RESUMO DAS OPERAÇÕES

Operação	Objeto Entrada	Objeto Modificador	Objeto Saída	Restrição
Ponderação	TEMÁTICO		NUMÉRICO	(função unária)
Fatiamento	NUMÉRICO		TEMÁTICO	(função unária)
Reclassificação	TEMÁTICO		TEMÁTICO	(função unária)
Booleana	NUMÉRICO, TEMÁTICO		TEMÁTICO	(regras)
Matemática	NUMÉRICO		NUMÉRICO	(fórmula)
Vizinhança	NUMÉRICO, TEMÁTICO		NUMÉRICO, TEMÁTICO	(função local e forma da vizinhança)
Zonais	NUMÉRICO	TEMÁTICO	NUMÉRICO	

TABELA 5.3

RESUMO DAS OPERAÇÕES (cont.)

Operação	Objeto Entrada	Objeto Modificador	Objeto Saída	Restrição
Seleção Espacial	GEO-OBJETO (conjunto)	CADASTRAL	GEO-OBJETO (conjunto)	(predicado espacial)
Junção Espacial	GEO-OBJETO (conjuntos)	CADASTRAL	GEO-OBJETO e VALORES (conjunto)	(predicado espacial)
Identificação	TEMÁTICO		GEO-OBJETO (conjunto) CADASTRAL	
Intersecção Espacial	TEMÁTICO (n)		GEO-OBJETO (conjunto) CADASTRAL	
Mapa Distâncias	GEO-OBJETO	CADASTRAL	TEMÁTICO	(predicado métrico)
Reclassificação Atributos	GEO-OBJETO (conjunto)	CADASTRAL	TEMÁTICO	(atributo)
Zonal sobre geo-objetos	TEMÁTICO, NUMÉRICO	GEO-OBJETO, CADASTRAL	TEMÁTICO, NUMÉRICO	
Seleção espacial (restr= geo-campo)	GEO-OBJETO (conjunto)	CADASTRAL, TEMÁTICO, NUMÉRICO	GEO-OBJETO (conjunto)	(predicado espacial)